ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 AOUT 1957.

PRÉSIDENCE DE M. GASTON JULIA.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice nécrologique sur LORD CHERWELL OF OXFORD
(FREDERICK ALEXANDER LINDEMANN) (*),

*Correspondant pour les Sections des Académiciens libres
et des Applications de la Science à l'Industrie,*
par M. **MAURICE DE BROGLIE**.

L'Académie des Sciences vient de perdre, le 3 juillet dernier, à Oxford, **LORD CHERWELL**, professeur de Philosophie expérimentale à l'Université d'Oxford, Membre de la Société royale de Londres depuis 1920. Il avait été élu Correspondant de l'Académie des Sciences le 13 juin 1955 et nous espérions le voir figurer bientôt parmi les Associés étrangers.

Originaire d'une famille rhénane et fils d'un astronome distingué établi en Angleterre bien avant la guerre de 1914, physicien bien connu autrefois sous le nom de Frédéric Lindemann, il s'était d'abord fait remarquer par de nombreuses recherches sur les chaleurs spécifiques des corps solides.

Pendant la guerre de 1914, il était pilote expérimental de la « Royal Air Force » et s'était signalé par un exploit remarquable en montrant qu'un avion entraîné dans un accident de vol (que l'on considérait comme toujours fatal) pouvait se tirer de ce terrible danger. Il en avait prévu théoriquement le moyen et tint à faire lui-même l'expérience qui devint bientôt légendaire.

Pendant la seconde guerre mondiale, il fut le principal collaborateur technique de Winston Churchill, à qui il fut à même de rendre les plus précieux services. Élevé à la pairie à la fin de la dernière guerre sous le nom de Lord Cherwell of Oxford, il avait reçu peu après le titre de Viscount. Il dirigeait le laboratoire Clarendon qui, sous son impulsion, redonna à l'Université d'Oxford un rôle important dans la physique moderne.

Atteint d'une maladie de cœur, résultant de ses nombreux voyages en avion c'est à ce mal qu'il a succombé en laissant à tous ceux qui l'avaient connu, le souvenir d'un ami de la France et d'un homme particulièrement remarquable à tous les points de vue.

(*) Séance du 12 août 1957.

HYDRAULIQUE. — *Sur les tourbillons.* Note (*) de M. **Charles Camichel.**

L'auteur explique comment on produit un tourbillon constant ayant un axe fixe; il applique le théorème de Stokes pour sa mesure.

Dans la Note du 13 août 1956, nous avons décrit et expliqué les indéterminations d'un tourbillon produit par l'écoulement de l'eau contenue dans un bassin ABCD (*fig.* 1) muni à la partie inférieure d'un orifice O et alimenté par une pompe P maintenant un niveau constant.

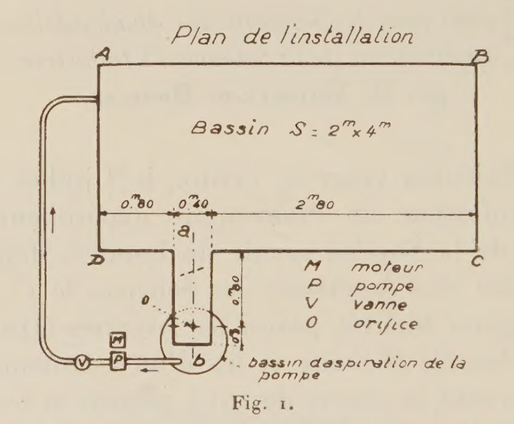


Fig. 1.

Il paraît intéressant de dire pourquoi nous avons commencé cette étude des tourbillons par une observation très particulière, celle de leurs indéterminations : nous voulions obtenir un tourbillon constant ayant un axe fixe et réalisant ainsi les conditions indispensables pour des mesures précises. Au cours de nos recherches, M. L. Monferran, observant l'écoulement par gravité du bassin ABCD (le groupe motopompe étant arrêté) a remarqué les variations d'intensité du tourbillon produit quand la hauteur de l'eau au-dessus de l'orifice devient assez faible, l'intensité du tourbillon étant évaluée par la profondeur de la cavitation. Reprenant ensemble cette observation, nous avons obtenu des variations d'intensité capables de changer le sens de rotation du tourbillon, comme dans le cas de la Note précédente. L'explication est la même que celle déjà donnée dans celle-ci : ce sont les variations des courants dans le grand bassin

qui provoquent les variations d'intensité ou de sens de rotation du tourbillon observées dans le petit bassin en plexiglas. Dans ces conditions, il nous a suffi de mettre le groupe motopompe en marche et d'abandonner le système à lui-même pour réaliser les indéterminations spontanées que nous venons de rappeler.

Ces indéterminations du tourbillon se produisent fréquemment et même quand le changement de sens de rotation n'a pas lieu, le tourbillon présente des variations d'intensité suffisantes pour empêcher toute mesure.

Pour avoir un tourbillon constant, nous avons dû modifier l'installation et placer dans le petit bassin une plaque obstacle marquée en pointillé (*fig.* 1) inclinée de façon à produire un tourbillon ayant le sens inverse des aiguilles d'une montre pour un observateur regardant au-dessus de la surface libre du petit bassin, la hauteur de l'eau dans le petit bassin au-dessus de l'orifice de 3 mm de diamètre étant réglée à 30 mm, et disposer au-dessous de celui-ci un tube renfermant un bouchon-robinet de révolution autour de l'axe de l'orifice et augmentant de 68 cm la charge sous laquelle l'eau s'écoule par des orifices latéraux. Les parois du petit bassin à l'aval étaient recouvertes à l'intérieur d'une feuille mince de plexiglas en forme de cylindre ayant comme directrice une demi-circonférence de 40 cm de diamètre. On obtient ainsi un tourbillon constant ayant exactement le même axe que l'orifice en mince paroi.

De part et d'autre du petit bassin se trouvent deux arcs produisant deux faisceaux lumineux. Celui de gauche comprend une fente verticale et une lentille formant l'image réelle de la fente exactement sur l'axe vertical de l'orifice en mince paroi; l'axe de ce faisceau est normal aux parois latérales du petit bassin. L'ensemble du système optique peut se déplacer latéralement avec précision afin de faire des coupes du tourbillon par des plans verticaux normaux aux parois latérales du petit bassin. Le système optique de droite comprend un arc, une fente horizontale parallèle aux parois latérales du petit bassin, une lentille qui forme une image réelle de la fente coupant normalement l'axe de l'orifice en mince paroi. L'axe de ce faisceau est normal aux parois latérales du petit bassin. Le système optique peut être soulevé et abaissé d'une seule pièce avec précision.

Un cinéma permet de photographier les coupes verticales du tourbillon à travers la face aval du petit bassin et les coupes horizontales à travers la surface libre.

Les coupes horizontales étant photographiées à travers la surface libre, les images des points les plus voisins de l'axe du tourbillon sont altérées par la cavitation. Pour déterminer les distances à l'axe des points à partir desquels cette déformation se produit, on met sur le plan de la fente horizontale une graduation en millimètres dont les traits sont normaux à cette fente. Comme nous l'avons déjà dit, la lentille donne une image

réelle de la fente horizontale qui coupe normalement l'axe de l'orifice. Les rayons lumineux aboutissant à cette image tracent dans le liquide un calibre hydraulique horizontal qu'on photographie (*fig.* 2 *a*) en même temps que le tourbillon; on photographie ensuite dans l'eau immobile un

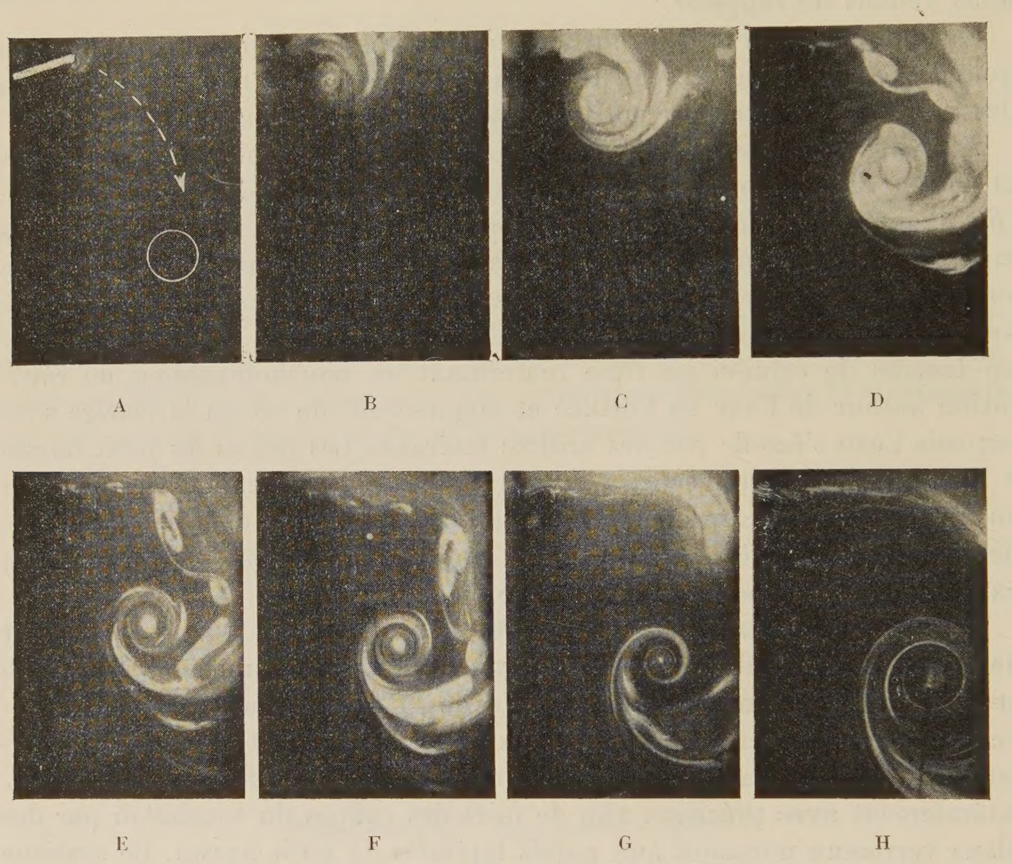


Fig. 3. — Parcours et transformation d'un tourbillon.

Le tourbillon produit instantanément à l'arête de la plaque inclinée [marquée en pointillé (*fig.* 1)] par l'ouverture brusque du robinet aval se détache de celle-ci et vient se fixer autour de l'axe de l'orifice en mince paroi où il se serait lentement formé si l'on avait ouvert lentement le robinet aval.

Pour cette expérience, le diamètre de l'orifice était : 15 mm.

En A, orifice et plaque-obstacle marqués en blanc;

en H, ombre de la cavitation qui apparaît à la fin du parcours.

calibre ordinaire portant sur sa face supérieure une graduation 5×5 mm située exactement dans le plan horizontal du calibre hydraulique (*fig.* 2 *b*), le niveau de l'eau au-dessus de l'orifice étant dans les deux cas 30 mm. On voit sur la photographie (*fig.* 2 *a*) comparée à la photographie (*fig.* 2 *b*) que les images sont déformées seulement pour des points dont la distance à l'axe est inférieure à 3 mm et plus loin (tableau des circulations), que les mesures ne portent que sur des points dont la distance à l'axe est au minimum 5,2 mm. Les photographies se font donc correctement.

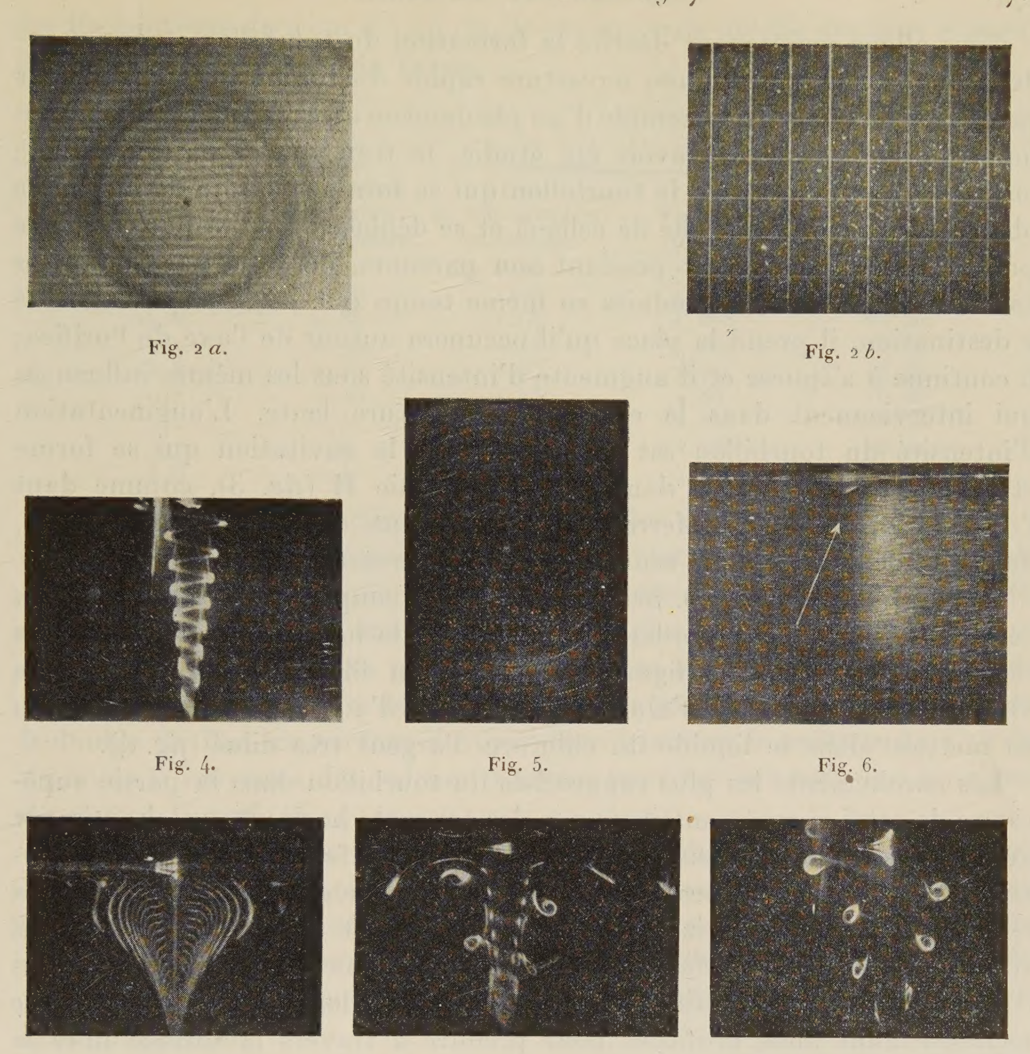


Fig. 2 *a*. Fig. 2 *b*.

Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

Fig. 7. Fig. 8. Fig. 9.

Fig. 2 *a*. — Photographie du calibre hydraulique déformée par la cavitation du tourbillon.
Fig. 2 *b*. — Photographie du calibre ordinaire 5 × 5 mm
remplaçant le calibre hydraulique en eau immobile.
Fig. 4. — Un filet du tourbillon rendu visible par du chlorure d'argent dilué ;
on voit une agglomération des filets qui se produit à la partie inférieure.
Fig. 5. — Détermination de la circulation le long des contours choisis autour du tourbillon,
coupe horizontale.
Fig. 6. — Photographie d'une coupe verticale,
rendue visible par de l'aluminium et montrant les filets horizontaux de l'enrobement.
Fig. 7. — Coupe verticale : enrobements rendus visibles par de la fluorescéine,
sous leur forme la plus simple.
Fig. 8. — Tourbillon complexe rendu visible par du chlorure d'argent dilué
entourant le tourbillon ordinaire; à la partie supérieure,
la surface libre réfléchit le tourbillon et la cavitation (*fig.* 9 et 7).
Fig. 9. — Tourbillon complexe rendu visible par du chlorure d'argent dilué;
on remarque le filet central du tourbillon ordinaire rendu visible par l'aluminium.
Changement de pas de la figure 9 à la figure 8 par augmentation de l'alimentation.

Nous allons maintenant décrire la formation du tourbillon : nous prendrons à dessein le cas d'une ouverture rapide du robinet aval, cela nous permettra de donner un exemple d'un phénomène assez fréquent en hydraulique qui ne paraît pas avoir été étudié, le transport d'un tourbillon : on ouvre le robinet aval, le tourbillon qui se forme à l'arête de la plaque obstacle inclinée se détache de celle-ci et se déplace vers l'orifice en mince paroi (*fig.* 3). On le voit pendant son parcours, déformé par les autres tourbillons qui se sont produits en même temps que lui, il s'épure; arrivé à destination, il prend la place qu'il occupera autour de l'axe de l'orifice; il continue à s'épurer et il augmente d'intensité sous les mêmes influences qui interviennent dans le cas d'une ouverture lente. L'augmentation d'intensité du tourbillon est manifestée par la cavitation qui se forme et dont on voit l'ombre dans la photographie H (*fig.* 3), comme dans l'observation de M. Monferran citée plus haut. Il faut remarquer que, dans son déplacement, le tourbillon change de nature.

Le tourbillon est formé. Si l'on examine sa coupe verticale on voit : au centre, le tourbillon proprement dit, autour de lui le corps du tourbillon (enrobements). Dans la figure 9, on voit un filet du tourbillon rendu visible par une particule d'aluminium; on voit d'autres filets du tourbillon en mettant dans le liquide du chlorure d'argent très dilué (*fig.* 4).

Les enrobements les plus rapprochés du tourbillon dans la partie supérieure de celui-ci sont constitués par des courants horizontaux aboutissant au tourbillon central. Pour le montrer, il suffit de faire des coupes horizontales (*fig.* 5) et des coupes verticales (*fig.* 6), en dehors du tourbillon, dans lesquelles les filets horizontaux de l'enrobement se traduisent par des traits parallèles à la surface libre (*fig.* 6). Cette horizontalité des courants d'enrobements dans le tiers supérieur du tourbillon est une circonstance heureuse dont nous profitons pour prendre à travers la surface libre la photographie d'une coupe horizontale permettant de déterminer la circulation des vitesses le long de divers contours fermés autour du tourbillon.

Nous mettons dans l'eau, *à l'avance*, l'aluminium sélectionné suffisant pour rendre visibles les divers écoulements et courants.

Le film terminé est projeté agrandi sur un écran où les mesures sont facilement exécutées.

Film du 9 *mai* 1957 (*fig.* 5) : Orifice en mince paroi, 3 mm de diamètre; Charge totale, 3 cm au-dessus du plan de l'orifice + 68 cm du tube du robinet; Débit, 15,0 cm^3/s; Température, 13,1° C; 10 tours du disque de 24 dents en 15,0 s; 5 mm du calibre donnent 42,5 mm en projection —| $\overset{d}{\longleftrightarrow}$ |— ; Photographie de la coupe horizontale à 5 mm au-dessous de la surface libre.

On voit dans ce tableau que la circulation est sensiblement constante

sur les contours de 2 cm à 1,14 cm de rayon, mais qu'elle diminue à partir du contour de 0,88 cm de rayon.

Projection sur l'écran.		Γ.		
R (cm), rayon du contour choisi.	d (cm), distance de deux points homologues dans le spectre.	R (cm) en vraie grandeur du contour.	V (cm/s), vitesse.	Circulation Γ $2\pi RV \cos\alpha$.
17,0	0,72	2,00	1,320	16,39
15,6	0,75	1,83	1,412	16,15
14,0	0,85	1,64	1,608	16,40
12,0	0,99	1,41	1,860	16,59
10,8	1,10	1,27	2,07	16,50
9,7	1,25	1,14	2,35	16,65
7,5	1,5	0,88	2,825	15,53
5,7	1,9	0,67	3,636	15,21
4,5	2,4	0,52	4,595	14,98

Ces résultats sont faciles à expliquer : les contours compris entre 2 et 1,14 cm de rayon donnent la même circulation parce qu'il n'y a pas de tourbillons entre ces deux contours. Les autres contours de rayon 0,88, 0,67, 0,52 cm donnent une circulation de plus en plus faible à mesure qu'on s'approche de l'axe parce qu'ils laissent à l'extérieur une partie du flux du tourbillon. Il y a donc lieu d'adopter comme circulation mesurant le double du flux du vecteur du tourbillon à travers le contour de 1,14 cm de rayon la moyenne des valeurs trouvées pour les contours de 2 à 1,14 cm de rayon : $\Gamma = 16,45$.

Pour terminer, nous donnons une photographie de la coupe verticale du tourbillon avec ses enrobements obtenue avec la fluorescéine (nous en parlerons dans une autre Communication) et, sans nous contredire, une remarque qui n'a pu trouver sa place dans notre exposé, sur l'altération des phénomènes qu'on peut provoquer par une alimentation trop forte et sans précautions :

On obtient ainsi, en injectant le chlorure d'argent dilué dans le tourbillon déjà formé, un *tourbillon complexe* (*fig.* 8 et 9) entourant le tourbillon ordinaire; nous en dirons quelques mots :

Son pas augmente avec le débit d'alimentation, il est plus grand dans la figure 8 que dans la figure 9. On voit à l'intérieur de la veine du tourbillon complexe, un *tourbillon interne* provenant de l'action mutuelle des filets qui ont une vitesse d'autant plus grande qu'ils correspondent à des charges plus élevées. Pour montrer que c'est l'inversion de la veine du tourbillon complexe qui provoque le tourbillon interne, on alimente celle-ci au moyen d'une fente rectangulaire, longue dans le sens de la hauteur; on voit la veine rectangulaire à la sortie de la fente rectangulaire donner d'abord un double T, comme dans l'expérience de Lesbros et ensuite le tourbillon interne.

(*) Séance du 19 août 1957.

CANCÉROLOGIE. — *Sur l'activité cancérogène de dérivés 5-substitués du 3.4-benzopyrène.* Note de MM. **Antoine Lacassagne, Nguyen P. Buu-Hoï et François Zajdela.**

Il est connu depuis longtemps que certains composés aminés, portant un groupement styryle C_6H_5—CH=CH— dans leur molécule, possèdent une activité cancérogène. C'est le cas du « styryl 430 », dérivé (I) de la 2-styryl-6-benzoylaminoquinoléine ([1]), comme du 4-diméthylaminostilbène (II) et de plusieurs de ses dérivés ([2]).

—CH=CH— —NH_2
N—OOC—CH_3
CH_3
CH_3—CO—NH— —CO—NH

(I)

—CH=CH— —N (CH_3)(CH_3)

(II)

On peut penser que, dans les molécules cancérogènes précédentes, le radical éthylénique —CH=CH— joue le rôle d'un groupement « carcinophore », analogue à la région mésophénanthrénique des benzacridines angulaires, sur laquelle se concentre une forte densité en électrons π indiquée par des valeurs élevées de l'indice de liaison ([3]), ([4]).

D'autre part, l'hypothèse d'un pouvoir cancérogène d'hydrocarbures présentant un groupement styryle avait été émise ([5]), ([6]) sans qu'elle ait pu jusqu'à présent être étayée par des résultats expérimentaux. E. C. Dodds, W. Lawson et P. C. Williams ([7]) avaient bien obtenu deux tumeurs parmi 58 souris badigeonnées avec l'α-éthyl-β-sec. butylstilbène (III), hydrocarbure qui, d'après ces auteurs, représenterait un modèle « ouvert » du 3.4-benzopyrène (IV); mais ils n'avaient pu confirmer l'activité de ce corps, dans une expérience ultérieure plus importante ([8]).

CH_3
CH_2
CH_3
CH_3 CH_2

(III)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

(IV)

Il nous a semblé possible d'aboutir à des hydrocarbures styryliques actifs, en adjoignant au groupement styryle des squelettes fortement conjugués. Ainsi avons-nous été conduits, dans le cadre des recherches systématiques que nous poursuivons depuis plusieurs années sur les relations entre structure chimique et activité cancérogène, à étudier les dérivés styrylés du 3.4-benzopyrène.

Quatre substances de cette série ont été préparées : le 5-styryl- (VI), le 5-(α-cyano-styryl)- (VIII), le 5-(α-cyano-*p*-chlorostyryl)- (IX), et le 5-(α-cyano-*p*-bromostyryl)-3.4-benzopyrènes (X).

Outre ces composés, nous avons étudié de la même manière le 3.4-benzopyrène-5-aldéhyde (V) qui est le point de départ pour la synthèse des substances précédentes; et aussi la thiosemicarbazone du 3.4-benzopyrène (VII).

Le pouvoir cancérogène de l'aldéhyde (V) avait déjà été recherché par M. J. Shear, J. Leiter et A. Perrault [9]; ils avaient obtenu des tumeurs chez toutes les dix souris ayant reçu une dose de 2 mg par voie sous-cutanée, après une latence de trois à six mois.

CHO

(V)

3.4-benzopyrène-5-aldéhyde.
Quatre sarcomes après latence de 123, 194, 260 et 287 jours

CH=CH=

(VI)

5-styryl-3.4-benzopyrène.
Sept sarcomes après latence de 115, 120, 120, 150, 150, 152 et 325 jours

Techniques utilisées. — 1° *Techniques chimiques.* — Le 3.4-benzopyrène-5-aldéhyde a été synthétisé selon la méthode de L. F. Fieser et E. B. Hershberg [10], par condensation du N-méthylformanilide sur le 3.4-benzopyrène en présence d'oxychlorure de phosphore; la thiosemicarbazone correspondante s'obtient en traitant l'aldéhyde par la thiosemicarbazide en quantité calculée, et dans l'acide acétique bouillant.

Le 5-styryl-3.4-benzopyrène s'obtient en faisant réagir le chlorure de benzylmagnésium sur le 3.4-benzopyrène-5-aldéhyde, puis en soumettant l'alcool secondaire ainsi obtenu à une déshydratation par l'acide formique. Les trois composés des formules (VIII), (IX) et (X) ont été synthétisés

en faisant réagir le 3.4-benzopyrène-5-aldéhyde (en solution dans le dioxane) respectivement sur les cyanures de benzyle, de *p*-chlorobenzyle et de *p*-bromobenzyle (le catalyseur de condensation étant la soude caustique en solution aqueuse à 25 %).

$CH{=}N{-}NH{-}C({=}S){-}NH_2$

(VII)

Thiosemicarbazone du 3.4-benzopyrène-5-aldéhyde.
Trois sarcomes après latence de 293, 306 et 353 jours

$CH{=}C(C{\equiv}N){-}C_6H_5$

(VIII)

5-(α-cyanostyryl)-3.4-benzopyrène.
Aucune tumeur après survie de plus de 13 mois

$CH{=}C(CN){-}C_6H_4{-}Cl$

(IX)

5-(α-cyano-*p*-chlorostyryl)-3.4-benzopyrène.
Aucune tumeur après survie de plus de 13 mois

$CH{=}C(CN){-}C_6H_4{-}Br$

(X)

5-(α-cyano-*p*-bromostyryl)-3.4-benzopyrène.
Aucune tumeur après survie de plus de 13 mois

2° *Technique biologique.* — Pour connaître le pouvoir cancérogène, nous avons employé le procédé de M. J. Shear (11), qui consiste à humecter avec un peu de glycérine les cristaux à introduire; la suspension ainsi obtenue est injectée sous la peau au moyen d'un trocart, et la plaie close par une agrafe.

Les souris, âgées de neuf mois, appartenaient à la lignée XVII de l'Institut du Radium. Dix animaux ont été employés pour tester chacune des six substances, dont chaque souris recevait 5 mg.

Les résultats constatés sont résumés dans le tableau suivant :

CONCLUSIONS. — De ces résultats il ressort que :

1° Tant au point de vue du nombre des sarcomes obtenus que de la période de latence, le 5-styryl-3.4-benzopyrène est un hydrocarbure fortement cancérogène. La comparaison avec l'activité du 3.4-benzopyrène-5-aldéhyde est d'autant plus concluante que, sur notre lignée XVII, ce dernier corps s'est montré moins actif que sur la lignée utilisée par Shear, Leiter et Perrault.

2° Aucun des cyanostyryl-3.4-benzopyrènes examinés ne s'est montré cancérogène. On aurait pu le prévoir d'après la théorie électronique, l'introduction du groupement cyano devant avoir pour conséquence l'appauvrissement de la zone styryle en électrons π; l'encombrement stérique, au niveau de cette région, peut également avoir une influence défavorable.

3° Le fait paraît désormais établi qu'il est possible d'aboutir à des composés fortement cancérogènes en fixant un groupement hydrocarboné sur un radical styryle; de même qu'il avait été possible de préparer des molécules cancérogènes en fixant, sur ce même radical styryle, des groupements porteurs d'une fonction amine.

(1) C. H. BROWNING, R. GULBRANSEN et J. S. F. NIVEN, *J. Path. Bact.*, **42**, 1936, p. 155.

(2) A. HADDOW, R. J. C. HARRIS, G. A. R. KON et E. M. F. ROE, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A., **241**, 1948, p. 147.

(3) A. PULLMAN et B. PULLMAN, *Cancérisation par les substances chimiques et structure moléculaire*, Paris, 1955.

(4) A. LACASSAGNE, N. P. BUU-HOÏ, R. DAUDEL et F. ZAJDELA, *Advances cancer Res.*, **4**, 1956, p. 315.

(5) L. A. PINCK, *Ann. New-York Acad. Sc.*, **50**, 1948, art. 1.

(6) P. DAUDEL, R. DAUDEL et N. P. BUU-HOÏ, *Unio int. cancrum Acta*, **7**, 1950, p. 91.

(7) *Nature*, **148**, 1941, p. 142.

(8) E. C. DODDS, W. LAWSON et P. C. WILLIAMS, *Cancer Res.*, **5**, 1945, p. 485.

(9) *J. nat. Cancer Inst.*, **1**, 1940, p. 303.

(10) *J. Amer. Chem. Soc.*, **60**, 1938, p. 2542.

(11) *Amer. J. Cancer*, **26**, 1936, p. 322.

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Monsieur Des Billettes, historien du papier, par HENRI GACHET.

ALGÈBRE. — *Suites spectrales pour les espaces des applications continues.* Note de M. **Israël Berstein**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

X et Y étant des espaces remplissant certaines conditions, une suite spectrale (une suite spectrale partielle), dont chaque terme est un groupe de cohomologie de X à coefficients dans l'homotopie (dans l'homologie) de Y converge vers les groupes d'homotopie (d'homologie) de l'espace des applications continues de X dans Y.

Soient X, Y deux espaces topologiques, $A \subset X$ fermé, $y_0 \in Y$. Soit $\langle X, A \rangle$ l'espace des applications continues f de X dans Y, telles que $f(A) = y_0$, topologisé par la convergence compacte (compact-open topology).

Théorème 1 *a*. — *Soit X un complexe simplicial avec la topologie faible de J. H. C. Whitehead,* $A \subset X$ *un sous-complexe fermé. Soit Y connexe par arcs. Il existe alors une suite spectrale, dont le terme*

$$E^2_{n,p} = H^p(X, A; \pi_{n+p}(Y))$$

et telle que $\sum_p E^\infty_{n,p}$ *soit le groupe gradué associé au groupe* $\pi_n \langle X, A \rangle$ *convenablement filtré (pour* $n > 0$*). Pour* $n = 0$ *on a seulement, dans le cas général,* $H(E^k_{0,p}) \supset E^{k+1}_{0,p}$. *Si* $\dim X < \infty$, $E^\infty_{n,p} = E^k_{n,p}$ *pour* k *assez grand.*

Nous avons désigné ici par $\pi_n(E)$ les groupes d'homotopie de E. On a

$$\pi_0(Y) = 0 \qquad \text{et} \qquad \pi_0\langle X, A \rangle = \pi_0(\langle X, A \rangle)$$

n'est pas toujours un groupe, mais un ensemble à élément distingué. $H^p(X, A; \pi_{n+p}(Y))$ désigne le groupe de cohomologie de Čech de X mod A à coefficients dans $\pi_{n+p}(Y) = \pi_{n+p}(Y, y_0)$. Même si $\pi_1(Y)$ n'est pas abélien, $H^0(X, \pi_1(Y)) = \pi_1(Y)$ pour X connexe et $H^1(X, \pi_1(Y))$ est l'ensemble $\mathrm{Hom}(\pi_1(X), \pi_1(Y))$.

Théorème 1 *b*. — *Soit X un espace paracompact,* $A \subset X$ *fermé. Soit Y un ANR. Alors la conclusion du théorème* 1 *a reste valable.*

Rappelons qu'un ANR est un espace métrique qui est un retracte de voisinage de tout espace métrique dans lequel il est plongé.

Théorème 2 *a*. — *Soit X complexe simplicial fini, A un sous-complexe fermé,* $\dim(X - A) \leq k$. *Soit Y connexe par arcs et tel que* $\pi_i(Y) = 0$ *pour* $i < m$, $m > k$. *Il existe une suite spectrale partielle, définie pour* $n < 2(m - k)$ *seulement, telle que* $E^2_{n,p} = H^p(X, A; H_{n+p}(Y, G))$, *qui converge vers le groupe gradué associé à* $H_n(\langle X, A \rangle; G)$ *convenablement filtré.*

$H_n(E; G)$ désigne l'homologie singulière de E à coefficients dans le groupe G.

Théorème 2 *b*. — *Soit X un espace compact,* $A \subset X$ *fermé, tel que* $\dim(\overline{X - A}) \leq k$. *Soit Y un ANR tel que* $\pi_i(Y) = 0$ *pour* $i < m$, $m > k$. *Alors vaut la même conclusion que dans le théorème* 2*a*.

Les théorèmes de cette Note sont des généralisations des résultats de S. Mardesič (¹) et J. C. Moore (²). Elles donnent des réponses partielles aux questions posées dans (²). La méthode de démonstration est en essence la même que J. C. Moore avait utilisée pour démontrer le théorème 3 de (²). Elle repose sur l'observation que si X^p, X^q, X^r, $p > q > r$ sont des squelettes du complexe X, $\langle X^p, X^r \rangle$ est un espace fibré dans le sens de J.-P. Serre (³) dont la base est $\langle X^q, X^r \rangle$ et dont la fibre est $\langle X^p, X^q \rangle$, la projection étant définie par la restriction des applications. On obtient les suites spectrales par le processus général de S. Eilenberg (⁴), en écrivant les suites exactes d'homotopie pour ces fibrés et en observant que $\langle X^p, X^{p-1} \rangle$ s'identifie au produit des espaces homéomorphes à $\langle T^p, \dot{T}^p \rangle$, T^p étant un simplexe et $\dot{T}^p$ son bord. Ceci donne une décomposition naturelle

$$\pi_n \langle X^p, X^{p-1} \rangle \approx C^p(X, \pi_n \langle T^p, \dot{T}^p \rangle) \approx C^p(X, \pi_{n+p}(Y)).$$

Quant à l'opérateur bord de la suite exacte d'homotopie, il s'identifie au cobord dans $C^p(X)$. On applique le même procédé pour l'homologie, en se servant de plus du théorème sur la suspension en homologie (³). Les théorèmes $1b$ et $2b$ résultent par un passage à la limite convenable.

En particularisant les suites spectrales de $1b$ et de $2b$ [pour $Y = S^m$ et $H^p(X, A) = 0$ pour $p > k$], on obtient les théorèmes de S. Mardesič et J. C. Moore. Par exemple, en posant dans $1b$, $A = \emptyset$, $\pi_i(Y) = 0$ pour $i < m$ et en utilisant le théorème de Hurewicz, on obtient

$$\pi_{m-k}\langle X \rangle \approx H_{m-k}\langle X \rangle \approx H^k(X, \pi_m(Y)) \approx H^k(X, H_m(Y))$$

pour tout X paracompact. Si X n'est pas compact, ce résultat ne vaut que pour l'homologie singulière de $\langle X \rangle$ qui n'est pas toujours localement contractible [*cf.* (¹)].

En observant que dans certains cas [par exemple si $\pi_i(Y) = 0$ $i < m$ et $H^p(X, A) = 0$ pour $p \geq m + 1$], la suite spectrale de $1a$ et $1b$ vaut aussi pour $n=0$ et en particularisant cette suite spectrale, on obtient par le procédé connu certaines suites exactes. Ceci donne un procédé unitaire par lequel on peut déduire certains théorèmes de classification ; par exemple le théorème de Hopf-Dowker (⁵) ou le théorème suivant de N. Steenrod (⁶) :

Soit X *paracompact. Si* $H^p(X, G)$ *pour* $p > m + 1$ *et pour tout* G *on obtient la suite exacte suivante* ($Y = S^m$)

$$H^{m-1}(X ; \pi_m(S^m)) \xrightarrow{d^2_{1,m-1}} H^{m+1}(X, \pi_{m+1}(S^m)) \to \pi_0\langle X \rangle \to H^m(X, \pi_m(S^m)) \to 0.$$

Dans ce cas $\pi_0 \langle X \rangle$ est un groupe et $d^2_{1,m-1}$ s'identifie avec le carré de Steenrod Sq^2. On peut observer que dans le cas général toutes les différentielles

$$d^2_{n,p} : \quad H^p(X, A ; \pi_{n-p}(Y)) \to H^{p+2}(X, A ; \pi_{n-p-1}(Y))$$

sont des opérations cohomologiques.

La proposition suivante est un corollaire du théorème 1 *a*.

Soit Y *un espace du type* K(B, *m*) [c'est-à-dire tel que $\pi_i(Y)=0$ *pour* $i\neq m$, $\pi_m(Y)=B$]. *Soit* X *un complexe simplicial quelconque.*

Alors

$$\pi_n\langle X\rangle \approx H^{m-n}(X;\,B)$$

pour $n\leq m$, $\pi_n\langle X\rangle=0$, *pour* $n>m$. *En particulier, si* X *est un espace* Y(A, *k*) [c'est-à-dire $H_n(X, Z)=0$ pour $n\neq k$, $H_k(X, Z)=A$, $H_0(X, Z)=Z$] et si $H^{k+1}(X, B)=0$, *alors* $\langle X, x_0\rangle$ *est un espace du type* K(Hom(A, B), $m-k$), $k<m$.

(1) *Glasnik Matem.-Fiz.*, s. II, **11**, n° 3-4, Zagreb, 1956; *Comptes rendus*, **240**, 1955, p. 2287; **242**, 1956, p. 983, 1112 et 2214.

(2) *Fund. Math.*, **43**, 1956, p. 195.

(3) *Ann. Math.*, 1951, p. 425.

(4) *Séminaire H. Cartan*, Éc. Norm sup., 1950-1951, exp. **9**.

(5) C. H. Dowker, *Amer. J. Math.*, **41**, 1947, p. 200.

(6) *Ann. Math.*, **48**, n° 2, 1947, p. 290.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Espaces analytiquement complets.* Note (*) de MM. **Hans Grauert** et **Reinhold Remmert**, présentée par M. Louis de Broglie.

La notion d'espace analytiquement complet généralise les notions bien connues d'espace holomorphiquement complet et d'espace algébrique. Les théorèmes fondamentaux de la théorie des fonctions de plusieurs variables complexes sont des cas spéciaux de théorèmes valables pour les espaces analytiquement complets. En particulier on a une généralisation du théorème de Riemann-Roch-Hirzebruch.

1. Introduisons d'abord la notion d'espace analytiquement complet.

Définition 1. — *Un espace analytique* X *est dit analytiquement complet si les conditions suivantes sont remplies :*

a. X *est holomorphiquement convexe ;*

b. *Pour tout point* $x_0\in X$ *il y a un entier k et une application holomorphe* λ *de* X *dans* P_k (1), *telle que* x_0 *soit un point isolé de l'ensemble analytique défini par l'équation* $\lambda(x)=\lambda(x_0)$.

Il est évident que tout espace holomorphiquement complet (resp. tout sous-espace algébrique de P_n) est analytiquement complet. Tout revêtement fini analytique (possédant éventuellement des ramifications intérieures) d'un espace analytiquement complet est un espace analytiquement complet.

En utilisant les théorèmes 1 et 2 de notre Note [I] (2), on démontre :

Théorème 1. — *Si* Q *est un polyèdre analytique* (3) *dans un espace analytiquement complet, alors il y a un isomorphisme analytique de* Q *sur un sous-espace analytique d'un* $Z_n\times P_m$ (4).

En particulier : *Tout espace compact, analytiquement complet, est un espace algébrique dans un* P_m.

Ce théorème généralise deux théorèmes dus à O. Zariski et J. P. Serre.

2. Soit X un espace analytiquement complet, et soit $\tau : X \rightarrow Y$ une application holomorphe et propre de X dans un espace holomorphiquement complet Y. En utilisant le théorème 1, et le fait que tout faisceau analytique cohérent sur un sous-ensemble analytique de $Z_n \times P_m$ peut être prolongé trivialement en un faisceau analytique cohérent sur $Z_n \times P_m$, on obtient à l'aide des théorèmes 1 et 2 de [1] :

THÉORÈME 2. — *Pour tout ouvert* Q *relativement compact de* Y *il existe un faisceau* $\mathfrak{F}$ *de germes de sections holomorphes d'un fibré à fibres vectorielles de dimension* 1, *de base* $\tau^{-1}(Q)$, *jouissant de la propriété suivante :*

Si $\mathfrak{S}$ *est un faisceau analytique cohérent quelconque sur* X, *il y a un entier* $k_0 = k_0(Q, \mathfrak{S})$ *tel que tous les faisceaux* $\mathfrak{S} \otimes \mathfrak{F}^k(\tau^{-1}(Q))$ (*pour* $k \geqq k_0$) *soient simples sur* $\tau^{-1}(Q)$ *pour l'application* $\tau : \tau^{-1}(Q) \rightarrow Q$ ([5]).

THÉORÈME 3. — *Si* $\mathfrak{S}$ *est un faisceau analytique cohérent sur* X, *alors toutes les images directes analytiques* $\tau_q(\mathfrak{S})$ *sont des faisceaux analytiques cohérents sur* $Y (q \geqq 0)$.

Les théorèmes 2 et 3 s'appliquent notamment au cas où Y est le noyau de X ([6]).

3. D'après K. Oka et H. Cartan ([7]) le faisceau des germes de fonctions holomorphes qui s'annulent sur un ensemble analytique dans un espace analytique X, est cohérent sur X. On déduit alors des théorèmes 2 et 3, en procédant comme dans l'Exposé XIX du Séminaire 1953-1954 de H. Cartan :

THÉORÈME 4. — *Soit* Y *un espace holomorphiquement complet; soit* A *un ensemble analytique dans* $Y \times P_n$ *ne possédant aucune composante irréductible contenue dans* $Y \times P_n^\infty$ ([8]). *Alors, pour tout ouvert relativement compact* Q *de* Y, *il y a des pseudo-polynomes*

$$\varpi_\varkappa(y, z_1, \ldots, z_n) \equiv \sum_{\alpha_1, \ldots, \alpha_n < \nu} b^{(\varkappa)}_{\alpha_1 \ldots \alpha_n}(y)\, z_1^{\alpha_1} \ldots z_n^{\alpha_n} \qquad (\varkappa = 1, \ldots, k),$$

avec des coefficients $b^{(\varkappa)}_{\alpha_1 \ldots \alpha_n}(y)$ *holomorphes dans* Q, *tels que* $A \cap (Q \times P_n)$ *soit l'ensemble des* $x \in Q \times P_n$ *satisfaisant à* $\varpi_1(x) = \ldots = \varpi_k(x) = 0$.

Ce théorème généralise un théorème bien connu de W. L. Chow ([9]). W. Thimm a démontré quelques cas particuliers du théorème 4 ([10]).

4. Soit $\tau : X \rightarrow Y$ une application holomorphe et propre d'un espace analytiquement complet *sur* un espace holomorphiquement complet et *connexe* Y. Pour tout faisceau analytique $\mathfrak{S}$ sur X, les groupes de cohomologie $H^q(X, \mathfrak{S})$, $q \geqq 0$, peuvent être considérés, grâce à l'application τ, comme des modules unitaires sur l'anneau I(Y) des fonctions holomorphes dans Y. Désignons par $\dim_{I(Y)} H^q(X, \mathfrak{S})$ le rang de ce module; on démontre d'abord :

PROPOSITION 1. — *Si* $\mathfrak{S}$ *est un faisceau analytique cohérent sur* X, *les nombres* $\dim_{I(Y)} H^q(X, \mathfrak{S})$ *pour* $q \geq 0$, *sont tous finis et sont nuls pour presque tout* q.

DÉFINITION 2. — *Soit* $\mathfrak{S}$ *un faisceau analytique cohérent sur* X. *Le nombre*

$$\chi_\tau(X, \mathfrak{S}) = \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^q \dim_{I(Y)} H^q(X, \mathfrak{S})$$

s'appelle la caractéristique d'Euler-Poincaré de $\mathfrak{S}$ *pour l'application* τ.

Soit $\mathfrak{S} | \tau^{-1}(y_0)$ l'image réciproque du faisceau $\mathfrak{S}$ sur l'espace analytique $\tau^{-1}(y_0)$, $y_0 \in Y$, par l'injection $\iota : \tau^{-1}(y_0) \to X$; soit $\chi_\tau(\tau^{-1}(y_0), \mathfrak{S})$ la caractéristique d'Euler-Poincaré de $\mathfrak{S} | \tau^{-1}(y_0)$ pour l'application $\tau : \tau^{-1}(y_0) \to y_0$ [les groupes $H^q(\tau^{-1}(y_0), \mathfrak{S})$ sont alors considérés comme des espaces vectoriels sur le corps C des nombres complexes]. On peut démontrer :

THÉORÈME 5. — *Il existe un ensemble analytique* $A \neq Y$ *dans* Y, *tel que pour tout point* $y_0 \in Y - A$ *on ait l'égalité*

$$\chi_\tau(X, \mathfrak{S}) = \chi_\tau(\tau^{-1}(y_0), \mathfrak{S}).$$

En particulier, soit $\mathfrak{S}$ le faisceau des germes de sections holomorphes d'un espace fibré W à fibres vectorielles de dimension r. S'il existe un ensemble analytique $B \neq Y$ dans Y, tel que les ensembles $\tau^{-1}(y_0)$, $y_0 \in Y - B$, soient des variétés algébriques, la caractéristique d'Euler-Poincaré $\chi_\tau(X, \mathfrak{S}) = \chi_\tau(X, W)$ peut être exprimée par les polynomes de Todd en utilisant la formule de Riemann-Roch démontrée par F. Hirzebruch ([11]).

Si $\tau^{-1}(y_0)$, $y_0 \in Y - B$, est toujours une surface de Riemann compacte et connexe, plongée sans singularités dans X, on peut démontrer que le premier nombre de Betti $2p$ est le même pour presque toutes les surfaces $\tau^{-1}(y_0)$, $y_0 \in Y - B$. On a donc la formule de A. Weil ([12])

$$\chi_\tau(X, W) = r - rp + d,$$

où d désigne le nombre de Chern de $W | \tau^{-1}(y_0)$.

(*) Séance du 19 août 1957.

([1]) Nous désignons par P_k l'espace projectif complexe de dimension k.

([2]) Nous désignons par [1] notre Note récente (*Comptes rendus*, 245, 1957, p. 819), dont nous conservons les notations et la terminologie.

([3]) Un ensemble Q relativement compact dans un espace analytique X s'appelle un polyèdre analytique si Q est une réunion de composantes connexes d'un ensemble défini par des inégalités $|f_i(x)| < 1$, où les f_i désignent des fonctions holomorphes dans X, en nombre fini.

([4]) On désigne par Z_n le polycylindre $\{|z_1| < 1, \ldots, |z_n| < 1\}$ dans l'espace C^n de n variables complexes.

([5]) Pour la notion de faisceau analytique simple pour une application holomorphe, *voir* [1].

([6]) Pour la définition du noyau d'un espace holomorphiquement convexe, *voir* R. REMMERT, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 118.

(7) *Voir* H. CARTAN, *Bull. Soc. Math. Fr.*, **78**, 1950, p. 28-64; *Séminaire E. N. S.*, 1951-1952.

(8) Nous désignons par P_n^∞ l'ensemble des points à l'infini de P_n; $z_1, \ldots, z_n$ désignent des coordonnées non homogènes dans P_n.

(9) *Amer. J.*, **71**, 1949, p. 893-914.

(10) *Voir* un travail de W. Thimm à paraître aux *Math. Annalen*.

(11) *Voir* F. HIRZEBRUCH, *Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie*, Springer-Verlag, Berlin, 1956.

(12) *Voir* A. WEIL, *J. Math. pures et appl.*, **17**, 1938, p. 47-87.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la fonction ζ de Riemann* (1).
Note de M. **DRAGIŠA MITROVIĆ**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Bornes du module des dérivées des fonctions ζ et $1/\zeta$ dans le demi-plan $\sigma > 1$. Signe des coefficients du développement de Laurent de $\zeta(s)$ autour de $s = 1$.

THÉORÈME 1. — *Soit $\zeta^{(k)}$ la dérivée d'ordre k de la fonction $\zeta(s)$. Si $\sigma > \sigma_k > 1$, on a pour chaque t,*

$$|\zeta^{(k)}(s)| < \frac{k!}{(\sigma - 1)^{k+1}} \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

En particulier, si $\sigma > 1$, on a pour chaque t,

$$|\zeta'(s)| < \frac{1}{(\sigma - 1)^2}.$$

Certains faits suggèrent qu'on a aussi

$$|\zeta''(s)| < \frac{2}{(\sigma - 1)^3} \qquad (\sigma > 1).$$

THÉORÈME 2. — *Si $\sigma > \sigma_k > 1$, il est légitime de dériver terme à terme l'inégalité*

$$|\zeta(s)| < \left|\frac{\sigma}{\sigma - 1}\right| \qquad (\sigma > 1)$$

k fois sous les signes de la valeur absolue ($k = 1, 2, \ldots$).

THÉORÈME 3. — *On considère la fonction $1/[\zeta(s)]$. Si $\sigma > \sigma_k > 1$, on a pour chaque t,*

$$\left|\left(\frac{1}{\zeta(s)}\right)^{(k)}\right| < \frac{k!}{(\sigma - 1)^{k+1}} \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

THÉORÈME 4. — *Si $\sigma > \sigma_k > 1$, il est légitime de dériver terme à terme l'inégalité*

$$\left|\frac{1}{\zeta(s)}\right| < \left|\frac{\sigma}{\sigma - 1}\right| \qquad (\sigma > 1)$$

k fois sous les signes de la valeur absolue ($k = 1, 2, \ldots$).

En utilisant certaines propriétés (la croissance et le signe) de la fonction entière réelle $\zeta(s)-[1/(s-1)]$, on démontre :

THÉORÈME 5. — *Si*

$$\zeta(s)=\frac{1}{s-1}+\sum_{n=0}^{\infty}A_n(s-1)^n,$$

chacune des relations suivantes est vérifiée pour une infinité de valeurs de n :

$$A_{2n}>0,\qquad A_{2n}<0,\qquad A_{2n-1}>0,\qquad A_{2n-1}<0\qquad (A_0>0).$$

En particulier,
Si

$$\zeta(s)=\frac{1}{s-1}+\sum_{n=0}^{\infty}A_n(s-1)^n,$$

chacune des relations suivantes est vérifiée pour une infinité de valeurs de n :

$$A_n>0,\qquad A_n<0.$$

THÉORÈME 6. — *Si*

$$\zeta(s)=\frac{1}{s-1}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\gamma_n}{n!}(s-1)^n,$$

où les constantes γ_n sont définies par l'égalité

$$\sum_{n=1}^{x}\frac{(\log n)^k}{n}=\frac{(\log x)^{k+1}}{k+1}+\gamma_k+o(1),$$

chacune des relations suivantes est vérifiée pour une infinité de valeurs de n :

$$\gamma_{2n}>0,\qquad \gamma_{2n}<0,\qquad \gamma_{2n-1}>0,\qquad \gamma_{2n-1}<0\qquad (\gamma_0>0).$$

Du théorème 6, on obtient, comme le cas particulier, le théorème de W. E. Briggs [2] *: chacune des relations suivantes est vérifiée pour une infinité de valeurs de n :*

$$\gamma_n>0,\qquad \gamma_n<0.$$

THÉORÈME 7. — *Les dérivées impaires de la fonction entière réelle $\zeta(s)-[1/(s-1)]$ ne sont pas complètement monotones dans l'intervalle $1<s<\infty$.*

THÉORÈME 8. — *Soit $f(s)=\zeta(s)-[1/(s-1)]$. Les fonctions $f^{(k)}(s)$ ne sont pas bornées dans le domaine ouvert $\sigma>1$, $t>t_0>0$ $(k=0, 1, 2, \ldots)$.*

THÉORÈME 9. — *Si $\sigma>\sigma_k>1$, on a*

$$\limsup_{t\to\pm\infty}|f^{(k)}(s)|\leq\frac{k!}{(\sigma-1)^{k+1}}\qquad (k=1, 2, \ldots).$$

(1) Cette Note rectifie sur certains points ma Note du 18 mars 1957.

(2) *Michigan Math. J.*, 3, 1955-1956, p. 117-121.

GÉOMÉTRIE. — *Contributions à la théorie des objets géométriques spéciaux non différentiels avec plusieurs composantes dans l'espace* X_m. II. Note (*)

de M. **Octavian Emil Gheorghiu**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Suite de la Note précédente (*Comptes rendus*, 245, 1957, p. 822). Cas des objets des classes II et $s(s \geq 3)$.

Dans la Note I [1] nous avons indiqué les types de formules pour la loi de transformation (1) où la classe des objets est zéro ou I, par rapport aux systèmes admissibles arbitraires du pseudogroupe fondamental $\mathcal{G}$. Par rapport à ce pseudogroupe $\mathcal{G}$ dans X_m il y a aussi des objets géométriques spéciaux non différentiels avec plusieurs composantes de classe II, mais à condition que le nombre des indices inférieurs soit avec un en plus que le nombre des indices supérieurs. Il n'y a pas dans X_m des objets géométriques spéciaux non différentiels à plusieurs composantes de classe $\nu \geq 3$ par rapport aux systèmes admissibles de $\mathcal{G}$. [*Voir* les articles de M. M. V. V. Wagner [2], J. E. Pensov [3].]

II. *La classe* II. — Tous les objets géométriques spéciaux non différentiels avec plusieurs composantes de classe II, dans l'espace X_m sont compris dans les formules suivantes :

$$(6)\quad f_\gamma\left\{\Omega_c(x^a);\ x^a,\ \bar{x}^\alpha(x^a),\ \frac{\partial \bar{x}^\alpha}{\partial x^a},\ \frac{\partial^2 \bar{x}^\alpha}{\partial x^a\,\partial x^b}\right\} = K_\gamma\left\{H_b[\Omega_c(x^a);\ x^a]\frac{\partial x^b}{\partial \bar{x}^\beta} + C\,\frac{\partial \ln|\Delta|}{\partial x^a}\,\frac{\partial x^a}{\partial \bar{x}^\beta};\ \bar{x}^\alpha(x^a)\right\},$$

$$(7)\quad f^{\varepsilon}_{\beta\gamma}\left\{\Omega^e_{bc}(x^a);\ x^a,\ \bar{x}^\alpha(x^a),\ \frac{\partial \bar{x}^\alpha}{\partial x^a},\ \frac{\partial^2 \bar{x}^\alpha}{\partial x^a\,\partial x^b}\right\} = K^{\varepsilon}_{\beta\gamma}\left\{H^r_{pq}[\Omega^e_{bc}(x^a);\ x^a]\frac{\partial \bar{x}^\varepsilon}{\partial x^r}\,\frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^\lambda}\,\frac{\partial x^q}{\partial \bar{x}^\mu} + C\,\frac{\partial^2 x^r}{\partial \bar{x}^\lambda\,\partial \bar{x}^\mu}\,\frac{\partial \bar{x}^\varepsilon}{\partial x^r};\ \bar{x}^\alpha(x^a)\right\},$$

$$(8)\quad f^{\rho_1\ldots\rho_t}_{\sigma_1\ldots\sigma_t\sigma_{t+1}}\left\{\Omega^{q_1\ldots q_t}_{p_1\ldots p_t p_{t+1}}(x^a);\ x^a,\ \bar{x}^\alpha(x^a)\,\frac{\partial \bar{x}^\alpha}{\partial x^a},\ \frac{\partial^2 \bar{x}^\alpha}{\partial x^a\,\partial x^b}\right\}$$
$$= K^{\rho_1\ldots\rho_t}_{\sigma_1\ldots\sigma_t\sigma_{t+1}}\left\{H^{r_1\ldots r_t}_{s_1\ldots s_t s_{t+1}}\left[\Omega^{q_1\ldots q_t}_{p_1\ldots p_t p_{t+1}}(x^a);\ x^a\right]\frac{\partial \bar{x}^{\nu_1}}{\partial x^{r_1}}\cdots\frac{\partial \bar{x}^{\nu_t}}{\partial x^{r_t}}\,\frac{\partial x^{s_1}}{\partial \bar{x}^{\lambda_1}}\cdots\frac{\partial x^{s_{t+1}}}{\partial \bar{x}^{\lambda_{t+1}}}\right.$$
$$+ C_1\,\delta^{\nu_1}_{\lambda_1}\ldots\delta^{\nu_t}_{\lambda_t}\frac{\partial \ln|\Delta|}{\partial x^c}\,\frac{\partial x^c}{\partial \bar{x}^{\lambda_{t+1}}} + C_2\,\delta^{\nu_1}_{\lambda_1}\ldots\delta^{\nu_t}_{\lambda_{t+1}}\frac{\partial \ln|\Delta|}{\partial x^c}\,\frac{\partial x^c}{\partial \bar{x}^{\lambda_t}}$$
$$\left. + C_3\,\delta^{\nu_1}_{\lambda_1}\ldots\delta^{\nu_t}_{\lambda_t}\frac{\partial^2 x^b}{\partial \bar{x}^{\lambda_t}\,\partial \bar{x}^{\lambda_{t+1}}}\,\frac{\partial \bar{x}^{\nu_t}}{\partial x^b};\ \bar{x}^\alpha(x^a)\right\}.$$

[les indices des formules (6), (7) et (8) prennent les valeurs 1, 2, ..., m et les indices répétés dans le même terme font la somme; les C, C_1, C_2 et C_3 sont des constantes arbitraires].

Dans (6), (7) et (8) les fonctions H sont des fonctions arbitraires, univoques, continues et inversibles par rapport aux premiers arguments : m dans (6), m^3 dans (7) et m^{2l+1} dans (8) et les fonctions K sont les inverses des fonctions H par rapport aux arguments indiqués plus haut. Ces fonctions sont aussi univoques, continues et inversibles où leurs inverses sont les fonctions H. La loi (1) déterminée par (6) contient m fonctions arbitraires H aux $m+m$ arguments et une constante arbitraire C, par (7) m^3 fonctions arbitraires H aux m^3+m variables indépendantes et une constante arbitraire C, par (8) m^{2l+1} fonctions arbitraires H aux $m^{2l+1}+m$ variables indépendantes et trois constantes arbitraires C_1, C_2 et C_3. [Le cas où la loi (1) est linéaire a été étudié par nous dans un autre article ([4]).]

1. Les résultats trouvés dans X_1 par MM. J. E. Pensov ([5]), ([6]), St. Gołab ([7]), ([8]) et J. Aczél ([9]) peuvent être généralisés dans l'espace X_m en considérant au lieu du pseudogroupe général $\mathcal{G}$ des sous-groupes $\mathcal{G}^\star \subset \mathcal{G}$ où une ou plusieurs variables sont privilégiées, où les sous-groupes conformes ([10]) correspondant aux divers types de variables hypercomplexes que nous pouvons introduire dans X_m ou dans les variétés de l'espace X_m. La forme de la loi de transformation (1) dans ces conditions sera publiée dans une autre Note.

Nous attirons l'attention sur les sous-groupes qui dans certains points $P \in X_m$ ont la propriété que toutes les dérivées partielles d'ordres II, III, ..., $s-1$ des fonctions de transformation sont annulées dans ces points. Cette propriété n'est point vérifiée par les dérivées partielles d'ordre I et par celles d'ordre $\geqq s$. Il y a dans ces points des objets géométriques spéciaux non différentiels de classe s.

La classe $s (s \geqq 3)$. — Tous les objets géométriques spéciaux non différentiels avec plusieurs composantes de classe $s (s \geqq 3)$ dans les points $P \in X_m$ où le sous-groupe des systèmes de coordonnées admissibles est exprimé par les fonctions $\overline{x}^\alpha = \overline{x}^\alpha(x^1, \ldots, x^m)$ qui ont tous les dérivées partielles d'ordres II, III, ..., $s-1$ nulles dans ces points, sont compris dans les formules

$$(9)\quad f^{\rho_1\ldots\rho_l}_{\sigma_1\ldots\sigma_l\ldots\sigma_{l+s-1}}\left\{\Omega^{r_1\ldots r_t}_{p_1\ldots p_{t+s-1}}(x^a);\, x^a,\, \overline{x}^\alpha(x^a), \frac{\partial \overline{x}^\alpha}{\partial x^a}, 0, \ldots, 0, \frac{\partial^s \overline{x}^\alpha}{\partial x^{a_1}\ldots\partial x^{a_s}}\right\}$$

$$K^{\rho_1\ldots\rho_l}_{\sigma_1\ldots\sigma_l\ldots\sigma_{l+s-1}}\Big\{H^{q_1\ldots q_l}_{\tau_1\ldots\tau_l\ldots\tau_{l+s-1}}\Big[\Omega^{r_1\ldots r_t}_{p_1\ldots p_{t+s-1}}(x^a);\, x^a\Big]$$
$$\times \frac{\partial \overline{x}^{\tau_1}}{\partial x^{q_1}}\cdots\frac{\partial \overline{x}^{\tau_l}}{\partial x^{q_l}}\frac{\partial x^{\sigma_1}}{\partial \overline{x}^{\pi_1}}\cdots\frac{\partial x^{\sigma_{l+s-1}}}{\partial x^{\pi_{l+s-1}}}$$
$$+ C_1\delta^{\tau_1}_{\pi_1}\ldots\delta^{\tau_l}_{\pi_l}\frac{\partial^{s-1}\ln|\Delta|}{\partial\overline{x}^{\pi_{l+1}}\ldots\partial\overline{x}^{\pi_{l+s-1}}}+\ldots$$
$$+ C_s\delta^{\tau_1}_{\pi_1}\ldots\delta^{\tau_l}_{\pi_{l+s-1}}\frac{\partial^{s-1}\ln|\Delta|}{\partial\overline{x}^{\pi_l}\ldots\partial\overline{x}^{\pi_{l+s-1}}}$$
$$+ C_{s+1}\delta^{\tau_1}_{\pi_1}+\ldots\delta^{\tau_l}_{\pi_{l+1}}\frac{\partial^s x^a}{\partial\overline{x}^{\pi_l}\ldots\partial\overline{x}^{\pi_{l+s-1}}}\frac{\partial\overline{x}^{\tau_l}}{\partial x^a};\, \overline{x}^\alpha(x^a)\Big\},$$

où les fonctions H, dont le nombre est de m^{2l+s-1} sont fonctions arbitraires, univoques, continues et inversibles par rapport aux premiers m^{2l+s-1} arguments.

Par rapport aux variables indépendantes indiquées plus haut, les fonctions K sont les inverses des fonctions H et réciproquement. Dans (9) les C_i sont $s+1$ constantes arbitraires.

(*) Séance du 19 août 1957.

(1) Oct. Em. Gheorghiu, *Comptes rendus*, **245**, 1957, p. 822.

(2) *Dokl. Akad. Nauk.*, **69**, 1949, p. 293-296.

(3) *Dokl. Akad. Nauk.*, **80**, 1951, p. 537-540.

(4) Oct. Em. Gheorghiu, *Studii Cerc. Stiinţ., Acad. R. P. R. Baza Timişoara*, **2**, 1955, p. 37-40.

(5) *Dokl. Akad. Nauk*, **54**, 1946, p. 563-566.

(6) *Math. Sbornik*, **26**, (68), 1950, p. 161-182.

(7) *Math. Z.*, **44**, 1938, p. 104-114.

(8) *Ann. Soc. Polon. Math.*, **19**, 1946, p. 7-35.

(9) *Acta Math. Ac. Sc. Hung.*, **7**, 1956, p. 339-354.

(10) Oct. Em. Gheorghiu, *Acad. R. P. R. Bull. Sti. Secţ. S. Math.*, **4**, 1952, p. 273-284.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Écoulement supersonique autour d'une aile Δ à bords d'attaque subsoniques.* Note de M. **Robert Legendre**, présentée par M. Maurice Roy.

Le potentiel de la vitesse de perturbation est déduit, par des quadratures, des solutions de problèmes de Dirichlet.

1. L'équation linéarisée à laquelle satisfait le potentiel $\varphi(x_1, x_2, x_3)$

$$\beta^2 \varphi_{x_1 x_1} - \varphi_{x_2 x_2} - \varphi_{x_3 x_3} = 0$$

admet pour solution la partie réelle de :

$$\Phi = \sum_1^\infty \Phi_n [f_n(\lambda)],$$

où l'opérateur Φ_n, portant sur la fonction analytique $f_n(\lambda)$, est

$$\Phi_n[f_n(\lambda)] = i R^{2n+1} \frac{\partial^n}{\partial x_1^n} \left[\frac{f_n(\lambda)}{R} \right],$$

avec

$$R^2 = x_1^2 - \beta^2 r^2, \qquad r^2 = x_2^2 + x_3^2;$$

$$\lambda = \theta + i\xi = \frac{1}{2i} \ln \left[\frac{x_2 + i x_3}{x_2 - i x_3} \, \frac{x_1 - R}{x_1 + R} \right].$$

L'opérateur satisfait à la récurrence :

$$\Phi_n[f(\lambda)] = - R^2 \Phi_{n-2}[f''(\lambda) + (n-1)^2 f(\lambda)] + (2n-1) x_1 \Phi_{n-1}[f(\lambda)].$$

2. Pour que le potentiel de perturbation et la vitesse de perturbation soient

nuls sur le cône de Mach où $R=0$, il faut et suffit que les fonctions $f_n(\lambda)$ soient réelles en même temps que λ. Les éléments des séries représentant les composantes de la vitesse sont les parties réelles de

$$\frac{\partial}{\partial x_1}[\Phi_n(f)] = \Phi_{n-1}[f'' + n^2 f],$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2}[\Phi_n(f)] = \beta\Phi_{n-1}[-f''\cos\lambda - (2n-1)f'\sin\lambda + n(n-1)f\cos\lambda],$$

$$\frac{\partial}{\partial x_3}[\Phi_n(f)] = \beta\Phi_{n-1}[-f''\sin\lambda + (2n-1)f'\cos\lambda + n(n-1)f\sin\lambda].$$

3. Sur l'aile, voisine du plan $x_1 O x_2$ et dont l'apex O est choisi pour origine, $\lambda \sim i\xi + (1-\varepsilon)(\pi/2)$, où $\varepsilon = \pm 1$,

$$x_1 = \beta r \operatorname{ch}\xi \sim \varepsilon\beta r\cos\lambda, \qquad R = \beta r \operatorname{sh}\xi \sim -i\varepsilon\beta r\sin\lambda.$$

La fonction $\Phi_n(f_n)$ peut être déterminée par l'opérateur

$$T(f_n) = \frac{1}{\sin\lambda}\frac{d}{d\lambda}\left[\frac{f_n}{\sin\lambda}\right], \qquad T^{(n)}(f_n) = T[T^{(n-1)}(f_n)]$$

qui permet de lui donner l'expression

$$\Phi_n(f_n) = (-1)^n i \frac{\sin^{2n+1}\lambda}{\cos^n\lambda} T^{(n)}(f_n)\, x_1^n = \chi(f_n)\, x_1^n.$$

De même, la composante de la vitesse normale à l'aile w est la partie réelle de la série dont les termes ont la forme

$$\frac{\partial}{\partial x_3}[\Phi_n(f_n)] = (-1)^n i \frac{\sin^{2n+1}}{\cos^{n-1}\lambda} T^{(n)}(f'_n)\, x_1^{n-1} = \Omega_n(f_n)\, x_1^{n-1}.$$

4. Si la forme de l'aile est donnée, la vitesse normale w est connue et, sous réserve d'être régulière, peut être représentée par une série :

$$w = w_0(\lambda) + w_1(\lambda)\, x_1 + w_2(\lambda)\, x_1^2 + \ldots.$$

La partie réelle de $\Omega_n(f_n)$ est $w_n(\lambda)$ sur l'aile et est nulle sur le cône de Mach. Elle est donc la solution d'un problème de Dirichlet dans le domaine annulaire entre l'image de l'aile et l'image du cône de Mach. Ce domaine peut être transformé en un rectangle dans le plan de la variable correspondant à la circulation dans l'anneau.

D'ailleurs, la fonction de Green est connue et s'exprime à l'aide de fonctions Z elliptiques. La fonction $\Omega_n(f_n)$ peut donc être calculée explicitement par une intégrale portant sur $w_n(\lambda)$.

Enfin, f_n s'exprime par des quadratures en fonction de $\Omega_n(f_n)$ et la portance, la résistance, le moment sont des intégrales aisément calculables, au moins numériquement.

5. Si la pression sur l'aile est donnée, le potentiel peut en être déduit par intégration et, sous réserve d'être régulier, il est représentable par une série

$$\varphi = \varphi_1(\lambda)\, x_1 + \varphi_2(\lambda)\, x_1^2 + \varphi_3(\lambda)\, x_1^3 + \ldots.$$

La fonction $\chi_n(f_n)$ a pour partie réelle $\varphi_n(\lambda)$ sur l'aile et o sur le cône de Mach. Elle est la solution du problème de Dirichlet étudié au précédent paragraphe et $f_n(\lambda)$ peut en être déduit par des quadratures.

6. La méthode suivie est équivalente à celle de P. Germain [1], mais elle évite l'introduction de la notion de singularité minimum et des conditions de compatibilité. Elle fournit des solutions compliquées mais explicites.

[1] *Publication O. N. E. R. A.*, n° 34, 1949.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *L'éther et la Relativité restreinte.*
Note (*) de M. **Assène Datzeff**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans une Note précédente [1] on a montré comment à l'aide de l'hypothèse d'un éther doué de certaines propriétés on peut expliquer les phénomènes fondamentaux concernant l'électrodynamique des corps en mouvement. Ici on va établir les formules de transformation entre deux systèmes d'inertie fermés.

Soit le corps K′ (un wagon) en mouvement uniforme par rapport au corps K (la Terre) de vitesse v dans la direction de OX (les axes sont choisis de façon que l'on ait $OX \equiv O'X'$, $OY \parallel O'Y'$, $OZ \parallel O'Z'$ et $O \equiv O'$ pour $t = 0$). Il existe deux domaines $\sigma_{K'}$ et σ_K [1] dans l'éther contenant K′, K et formant deux systèmes fermés dont les limites exactes ne peuvent pas être déterminées maintenant.

Nous allons considérer le mouvement d'un point d'un système K′ comme mouvement relatif quand on le rapporte au système K′ (ou $\sigma_{K'}$) et comme absolu quand on le rapporte à l'éther très éloigné du système. Le temps dans un système sera mesuré à l'aide d'un phénomène périodique. On se servira d'une horloge h de lumière comme la plus appropriée à notre but. En effet, la vitesse de la lumière étant constante dans un système fermé, on peut mesurer le temps par le chemin parcouru par un rayon lumineux, qui se réfléchi entre deux miroirs. On peut ainsi avoir une horloge théoriquement aussi petite que l'on veut. Le temps mesuré par une horloge h dans l'éther éloigné de K′ sera appelé temps absolu, et à l'aide d'une horloge h' en K′, temps relatif. Mais puisque l'éther dans une grande région peut, pour n'importe quelle raison, posséder un mouvement de translation, il est clair que le temps et l'espace absolus définis ici et lesquels on mesure expérimentalement n'auront pas le même sens absolu que leur attribue la Mécanique classique.

Mais comment un observateur d'un système fermé K saura-t-il qu'un événement a eu lieu dans un point déterminé P′ d'un autre système K′ et dans un

moment déterminé t'? Quoique cette question a un sens, on n'en saura la réponse qu'après un certain temps à cause de la vitesse finie de la lumière. Si une onde plane électromagnétique passe du domaine σ_K au domaine $\sigma_{K'}$, elle change sa vitesse absolue et sa direction relative. On peut dire de même pour un rayon lumineux (la normale de l'onde). Si son extrémité en cas d'absence de $\sigma_{K'}$, avait une position A au moment t dans σ_K, il aurait eu une position A' au moment t' en présence de $\sigma_{K'}$. Pour cette raison on peut faire correspondre à chaque événement $A(r, t)$ en K (ou en σ_K) un événement $A'(r', t')$ en K' (ou en $\sigma_{K'}$) et réciproquement.

Admettons qu'un signal lumineux soit émis du point O' du système K' (avec le choix donné des axes). Après un temps $t' = t'_1$ il se trouvera sur une sphère S' de rayon $O'A' = r' = ct'_1$. Au rayon O'A' de K' correspond un rayon OA de K. Au chemin O'A'B' de K' (réflexion au point A') correspond le chemin OAB de K (réflexion au point A). Au chemin fermé O'A'O' dans K' de longueur $2r' = 2\,O'A'$ correspondra dans K le chemin ouvert OAB, où B correspond à O'. Cette correspondance doit être univoque pour chaque position de A' sur S', par conséquent le chemin OAB doit avoir une longueur constante. Il s'ensuit que le point A se trouve sur une ellipsoïde de rotation S ayant pour foyers les points O, B. On doit, en outre, accepter que $B \equiv O'$ pour les raisons suivantes : 1° Si $v = 0$, on a $K \equiv K'$ et évidemment $B \equiv O'$; 2° Si $v \to 0$, les transformations cherchées doivent passer en celles de Galilée, dans quel cas d'après la Mécanique classique, on a $B \equiv O'$.

Les transformations cherchées, établissant une correspondance de l'espèce $A(x, y, z, t) \to A'(x', y', z', t')$, doivent être linéaires puisqu'elles transforment la sphère S' en l'ellipsoïde S, et homogènes aussi, puisque pour $t = t' = 0$ on doit avoir $O \equiv O'$, c'est-à-dire de la forme

$$(1)\qquad \begin{cases} x' = \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z + \alpha_4 t, & z' = \gamma_1 x + \gamma_2 y + \gamma_3 z + \gamma_4 t, \\ y' = \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 z + \beta_4 t, & t' = \delta_1 x + \delta_2 y + \delta_3 z + \delta_4 t. \end{cases}$$

Puisque les propriétés de l'éther en K' sont changées essentiellement dans la direction de OX, nous acceptons que les rayons correspondants OA et O'A' se trouvent dans le même plan OAX. Donc $y = 0$ doit avoir comme conséquence $y' = 0$ et $z = 0$, $z' = 0$. Alors il suit de (1), $\beta_1 = \beta_3 = \beta_4 = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_4 = 0$. D'un autre côté un rayon parallèle à OX ne change pas de direction en passant de K en K' (il correspond à lui-même), donc $y = y'$, $z = z'$, ou $\beta_2 = \gamma_3 = 1$. Pour la même raison $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Mais pour $x' = 0$ on doit avoir $x = vt$ (d'après la correspondance O'A'O'-OAO'), donc $\alpha_4 = -\alpha_1 v$. Les transformations (1) prennent ainsi la forme

$$(2)\qquad x' = \alpha_1(x - vt), \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \delta_1 x + \delta_2 y + \delta_3 z + \delta_4 t.$$

L'équation de la sphère S' en K' sera

$$(3)\qquad S' \equiv x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2.$$

Remplaçons dans (3) x', y', z' de (2), et t dans l'expression trouvée par t' de (2). On aura ainsi pour l'ellipsoïde S en K,

$$(4) \qquad S = \alpha_1^2\left(x - v\,\frac{t' - \delta_1 x - \delta_2 y - \delta_3 z}{\delta_4}\right)^2 + y^2 + z^2 = c^2 t'^2.$$

Puisque les points O, O′ sont les foyers de S, il s'ensuit $\delta_2 = \delta_3 = 0$.

Puisqu'au chemin O′A′ en K′ pendant un temps t'_1 correspond le chemin OA pendant un temps t_1, et au chemin A′O′ pendant t'_1 correspond le chemin AO pendant t_2, alors au temps $T' = 2t'_1$ correspond le temps $T = t_1 + t_2$, ou de (2)

$$(5) \qquad t'_1 = \delta_1 x + \delta_4 t_1, \qquad 2t'_1 = \delta_1 v T + \delta_4 T.$$

La condition que le rayon en K parcourt la distance $A(x, y, z, t_1)$-$O'(vT, 0, 0, T)$ pendant le temps t_2 avec la vitesse c donne

$$(x - vT)^2 + y^2 + z^2 = c^2 t_2^2$$

ou à l'aide de (5)

$$(6) \qquad S = \left(x - v\,\frac{2t'_1}{\delta_4 + v\delta_1}\right)^2 + y^2 + z^2 = c^2\left(\frac{2t'_1}{\delta_4 + v\delta_1} - \frac{t'_1 - \delta_1 x}{\delta_4}\right)^2.$$

L'équation (6) est évidemment identique à (4) avec $\delta_2 = \delta_3 = 0$ et $t' = t'_1$. On trouve les conditions de leur identité en égalisant les coefficients devant x^2, xt'_1, t'^2_1, d'où il suit par des calculs algébriques simples

$$(7) \qquad \alpha_1 = \frac{1}{\alpha}, \qquad \delta_4 = \frac{1}{\alpha}, \qquad \delta_1 = -\frac{v}{c^2\alpha}, \qquad \alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

et de (2)

$$(8) \qquad x' = \frac{1}{\alpha}(x - vt), \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \frac{1}{\alpha}\left(t - \frac{v}{c^2}x\right).$$

Les transformations (8) ont exactement la forme des transformations de Lorentz, mais d'une autre signification. Elles lient les coordonnées et les temps de deux événements différents correspondants dans les deux systèmes d'inertie fermés K′ et K. On trouve leurs inverses immédiatement.

En faisant les transformations successives $K \to K' \to K''$, on arrive facilement à la loi d'addition des vitesses d'Einstein. Mais on n'en peut faire ici qu'une conclusion sur les vitesses de deux points correspondants. Il ne s'ensuit pas que la vitesse de la lumière ne peut pas être dépassée par la vitesse d'un point matériel. On vérifie facilement à l'aide de (8) que l'intervalle $s^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ est un invariant, tandis qu'en Relativité restreinte c'est un nouveau postulat, quoiqu'on n'y insiste pas.

Il suit de (8) de la même façon qu'en Relativité restreinte toutes les conséquences cinématiques connues, par exemple, la contraction des longueurs et la dilatation des temps. Mais ici elles ne parlent que des correspondances entre

longueurs et temps. Elles ne contiennent donc aucun paradoxe de nature physique, ni une certaine difficulté d'ordre gnoséologique. Les relations (8) montrent que la simultanéité est relative dans le sens que deux événements simultanés en K' auront comme correspondants deux événements en K qui ne sont pas en général simultanés et réciproquement. Il suit aussi de (8) que les équations de Maxwell-Lorentz restent invariantes et aussi les phénomènes de l'aberration, l'effet Doppler et l'entraînement des ondes. On peut tirer également de (8) les conséquences dynamiques connues, par exemple, la relation $E = mc^2$. Ici pourtant on a la possibilité de traiter l'éther comme responsable de ces effets, en attendant qu'une théorie dynamique future de l'éther pourrait éclaircir d'une manière physique ces phénomènes. Les détails de ces considérations paraîtront ailleurs.

(*) Séance du 22 juillet 1957.

(1) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 827.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les interactions faibles baryons-mésons* π. Note (*) de M. **Bernard d'Espagnat**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Ces interactions sont mises sous une forme qui a une analogie de structure avec les interactions fortes correspondantes. 2. Un choix de constantes de couplage est proposé qui rend compte des données expérimentales sur la désintégration des Σ.

1. Si l'on néglige la différence de masses entre Λ et Σ, on peut grouper (1) Λ (isoscalaire) et Σ (isovecteur) en un spineur du second rang

$$(1)\qquad \begin{cases} \Sigma_1{}^1 = \Lambda - \Sigma_0, & \Sigma_1{}^2 = \Sigma_1 - i\Sigma_2, \\ \Sigma_2{}^1 = -\Sigma_1 + i\Sigma_2, & \Sigma_2{}^2 = \Lambda + \Sigma_0. \end{cases}$$

Si l'on définit de même des quantités $\pi_k{}^l$ relatives au π (isovecteur, donc $\pi_1{}^1 + \pi_2{}^2 = 0$), les interactions Σ, Λ, π et Σ, Σ, π peuvent, pourvu que leurs constantes de couplage soient égales, être groupées, comme on sait, en l'unique expression invariante (2),

$$(2)\qquad \Sigma_k{}^{l*} \pi_k{}^m \Sigma_m{}^l + \text{h. c.}$$

A partir des isospineurs N et Ξ définissons quatre quantités

$$B_1{}^1 = n, \qquad B_1{}^2 = -\Xi^-, \qquad B_2{}^1 = -p, \qquad B_2{}^2 = \Xi^0;$$

on constate alors aisément que les interactions $N^* \tau N \pi$ et $\Xi^* \tau \Xi \pi$ peuvent, si leurs constantes de couplage sont égales, être groupées dans l'unique expression

$$(3)\qquad B_k{}^{l*} \pi_k{}^m B_m{}^l + \text{h.c.}$$

(3) reste invariant dans les rotations isotopiques si, contrairement à l'usage, on considère $B_k{}^l$ comme un spineur du second rang. Ceci montre que, tant que

l'on ne s'intéresse qu'aux interactions π, cette dernière attribution est aussi légitime que l'attribution usuelle (B_k^1 et B_k^2 isospineurs) [3].

Si l'on ne suppose pas que les constantes de couplage des interactions Σ, Λ, π et Σ, Σ, π sont égales, il est encore possible d'écrire les interactions sous une forme semblable à (2) : il suffit évidemment d'introduire séparément le scalaire Λ et le vecteur $\Sigma(\Sigma'^{l}_k = \Sigma_k^l - \delta_k^l \Lambda)$. L'interaction Σ, Σ, π s'écrit dès lors

$$(1') \qquad \Sigma'^{l*}_k \pi_k^m \Sigma'^{l}_m + \text{h.c.}$$

Tant que l'on ne s'occupe que d'interactions fortes, il est sans utilité de définir de même un vecteur

$$(4) \qquad B'^{l}_k = B_k^l - \frac{1}{2}\delta_k^l \,\text{Tr}.B$$

en effet, si dans (3) on remplace B par B' l'expression obtenue ne conserve ni le spin isotopique ni l'étrangeté.

Venons en maintenant aux interactions faibles. Celles-ci ne sont pas invariantes dans les rotations isotopiques tant que les attributions N, Ξ isospineurs, adaptées à la description de l'ensemble des interactions fortes, sont maintenues. Il en va autrement toutefois si, conformément à ce qui précède, B_k^l est considéré comme un spineur du second rang, ou B'^{l}_k comme un vecteur et Tr B comme un scalaire. En fait, comme on s'en assure aisément, tout invariant « mixte » des formes

$$(5a,\, b) \qquad \Sigma'^{l*}_k \pi_k^l \frac{1}{2}\text{Tr}\,B\,; \qquad \Sigma'^{l*}_k \pi_k^m B'^{l}_k$$

où Σ' et/ou B' peuvent être remplacés respectivement par Σ et B, conserve la charge et correspond à la règle $|\Delta I| = 1/2$ dans les attributions habituelles.

2. Reste à choisir entre ces différents invariants [5]. Revenons pour cela aux attributions habituelles dans lesquelles les interactions en question s'écrivent [4] (matrices de Dirac omises)

$$(6) \qquad L_f(\Sigma, N, \pi) = g x^* N \Sigma.\pi + g' x^* \tau N.\Sigma.\pi + \text{h.c.}$$

x étant un isospineur (spurion) duquel on ne conserve que la composante neutre. On sait que quelles que soient les interactions dans l'état final, la règle $|\Delta I| = 1/2$ jointe aux données expérimentales [5]

$$(7) \qquad \rho^{-1} = \frac{w(\Sigma^+ \to p^0)}{w(\Sigma^+ \to n+)} \approx 1, \qquad \frac{w(\Sigma^+)}{w(\Sigma^-)} \approx 2$$

est incompatible [4], [6], [7], avec la conservation de la parité. Si, par contre, on admet que des deux termes de (6) l'un commute et l'autre anticommute avec l'opérateur parité [8], (6) devient compatible avec (7) même si l'on

néglige les interactions dans l'état final (qui peuvent être peu importantes si le spin de Σ n'est pas 3/2); on obtient

$$\rho^{-1} = \frac{2f'^2}{f^2 + f'^2}, \qquad R = \frac{f^2 + 3f'^2}{f^2 + f'^2},$$

avec $f = |gM|$, $f' = |g'M'|$ (M, M', élements de matrice). L'accord avec (7) est obtenu si $f \approx f'$.

Comme il est facile de s'en assurer, le premier et le second terme de (6) correspondent à (5 *a*) et (5 *b*) respectivement, donc

$$(8) \qquad L_f(\Sigma, N\,\Xi, \pi) = g\,\Sigma_k'^{l*}\pi_k^l \frac{1}{2}\mathrm{Tr}.B + g'\,\Sigma_k'^{l*}\pi_k^m B'^l_m + \mathrm{h.c.}$$

à condition que de ces deux termes l'un commute et l'autre anticommute avec l'opérateur parité. Noter que l'interaction Λ, N, π n'étant pas séparable en deux termes de cette manière, il est possible que des effets observables de non-conservation de la parité soient présents seulement dans la désintégration des Σ et non dans celle des Λ.

En conclusion, on voit qu'il est possible de mettre les interactions faibles baryons-π sous une forme invariante dans l'espace isotopique, avec des attributions de spin isotopique différentes pour les N, Ξ des attributions propres imposées par l'ensemble des interactions fortes mais suggérées néanmoins par les interactions fortes avec les π.

(*) Séance du 12 août 1957.

(1) B. D'ESPAGNAT, J. PRENTKI et A. SALAM, *Nuclear Physics*, 3, 1957, p. 446.

(2) Σ_k^{l*} se transforme comme $\Sigma^k{}_l$.

(3) L'identité de structure entre (2) et (3) suggère l'égalité des constantes de couplage : pour tout ceci, *cf.* GELL-MANN, *Phys. Rev.*, **106**, 1957, p. 1296.

(4) B. D'ESPAGNAT et J. PRENTKI, *Nuovo Cimento*, 3, 1956, p. 1045.

(5) L. W. ALVAREZ, H. BRADNER, P. FALK-VAIRANT, J. D. GOW, A. H. ROSENFELD, F. I. SOLMITZ et R. D. TRIPP, *University of California Report*, *U. C. R. L.*, 3583, 1956.

(6) G. TAKEDA, *Phys. Rev.*, **101**, 1956, p. 1547.

(7) B. T. FELD (à paraître).

(8) Cette solution n'est pas celle de Feld.

ÉLECTRONIQUE. — *Détermination de la fréquence d'un multivibrateur à transistor entre 4 et 4 000 c/s.* Note (*) de M. **MARCEL BICHARA**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'auteur obtient l'équation qui détermine la fréquence d'un multivibrateur astable à transistor. Il compare les résultats de l'équation simplifiée avec ceux de l'expérience et il discute la précision obtenue.

La figure 1 montre le circuit utilisé, tandis que la valeur des résistances R_1, R_2, R_3 et R_c est calculée selon le moyen normal (1).

Dans le cas où les paramètres du transistor employé ne sont pas conformes à ceux indiqués par le fabricant, on y remédie, entre certaines limites, en variant légèrement R_3.

Puis on calcule ([2]) la caractéristique de la résistance négative de l'émetteur et l'on obtient la courbe usuelle esquissée par la figure 2.

Généralement le point de fonctionnement devient mobile dès que l'on branche un condensateur C entre les points E et B'.

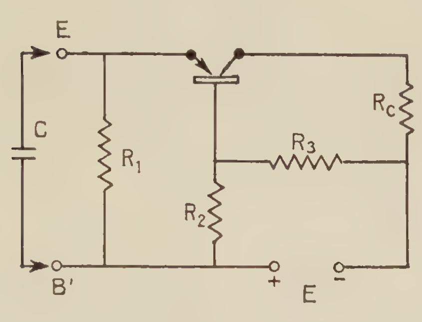


Fig. 1.

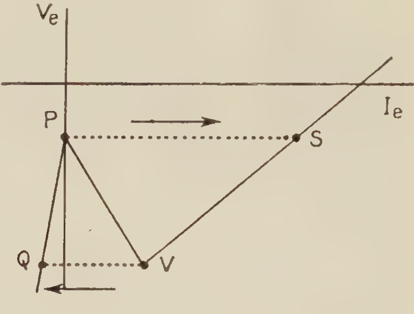


Fig. 2.

La période de ce point autour du cycle PSVQ (*fig.* 2) dépend de la valeur de C. Or T, le temps de la période, est proportionnelle à la valeur de C, d'où l'on a $T = kC$.

Le coefficient k dépend : *a*. de la résistance d'entrée, quand le point de fonctionnement se trouve entre S et V (régime III); *b*. de la valeur de $\alpha_0 r_{11}$ et *c*. du coefficient α absolu et effectif.

Un raisonnement, trop long pour être inclus ici, montre que

$$(1)\qquad k = \frac{r_m + r_b}{r_c + r_b + R_c}\left[r_e + R_e + r_b + R_b - (r_b + R_b)\frac{r_b + R_b + r_m}{r_b + R_b + r_c + R_c} + \alpha_0(r_e + r_b)\right],$$

ce qui donne

$$(2)\qquad T = C\alpha_{\text{eff}}\left[r_e + R_e + r_b + R_b - (r_b + R_b)\frac{r_b + R_b + r_m}{r_b + R_b + r_c + R_c} + \alpha_0(r_e + r_b)\right].$$

Or, puisque une variation du voltage E influence les paramètres du transistor, il s'ensuit que ceux-ci influenceront à leur tour la valeur de k, mais, en raison de la complexité de l'expression, on ne peut prédire *a priori* le signe de la variation finale. Ceci m'a conduit à simplifier l'équation (2) et l'approximation obtenue est la suivante :

$$(3)\qquad T = C\alpha_{\text{eff}}\left(\frac{R_c R_b}{R_c + R_b} + \alpha_0 r_{11}\right).$$

Du fait que c'est une approximation, j'ai fait des mesures pour évaluer l'erreur.

Le tableau I indique les valeurs obtenues expérimentalement et celles données par l'équation (3).

TABLEAU I.

C (μF).	Expérimental (T en ms). E (V). 20.	25.	30.	Théorique. T.	Fréquence.
0,1	0,25	0,24	0,31	0,252	3950
0,5	1,24	1,20	1,50	1,260	795
1,0	2,53	2,25	2,80	2,520	395
2,2	5,60	5,65	5,66	5,540	180
2,9	7,31	7,00	8,10	7,300	137
10	25,2	25,0	28,0	25,200	39,5
100	254	250	340	252,000	3,95
$\dfrac{\sum \dfrac{x_T - x_P}{x_T}}{N}$	0,007	0,040	0,160		

Conclusion. — 1° L'erreur que l'on commet en utilisant la formule (3) est inférieure au 2 % [2 × (coefficient de variation) × 100 = 1,4 %] si le voltage E est maintenu constant. Si le voltage varie du 25 %, on doit s'attendre à une plus grande erreur et dans ce cas l'erreur est de 8 %.

2° Cette erreur peut être diminuée en augmentant les valeurs de R_b et R_c.

3° Ces résultats avec ceux de Mc Duffie ([3]) couvrent toute la bande de la basse fréquence habituelle.

(*) Séance du 22 juillet 1957.

([1]) R. F. SHEA, *Principles of Transistor Circuits*, p. 102.

([2]) A. E. ANDERSON, *Proc. Inst. Rad. Eng.*, 40, 1952, p. 1541.

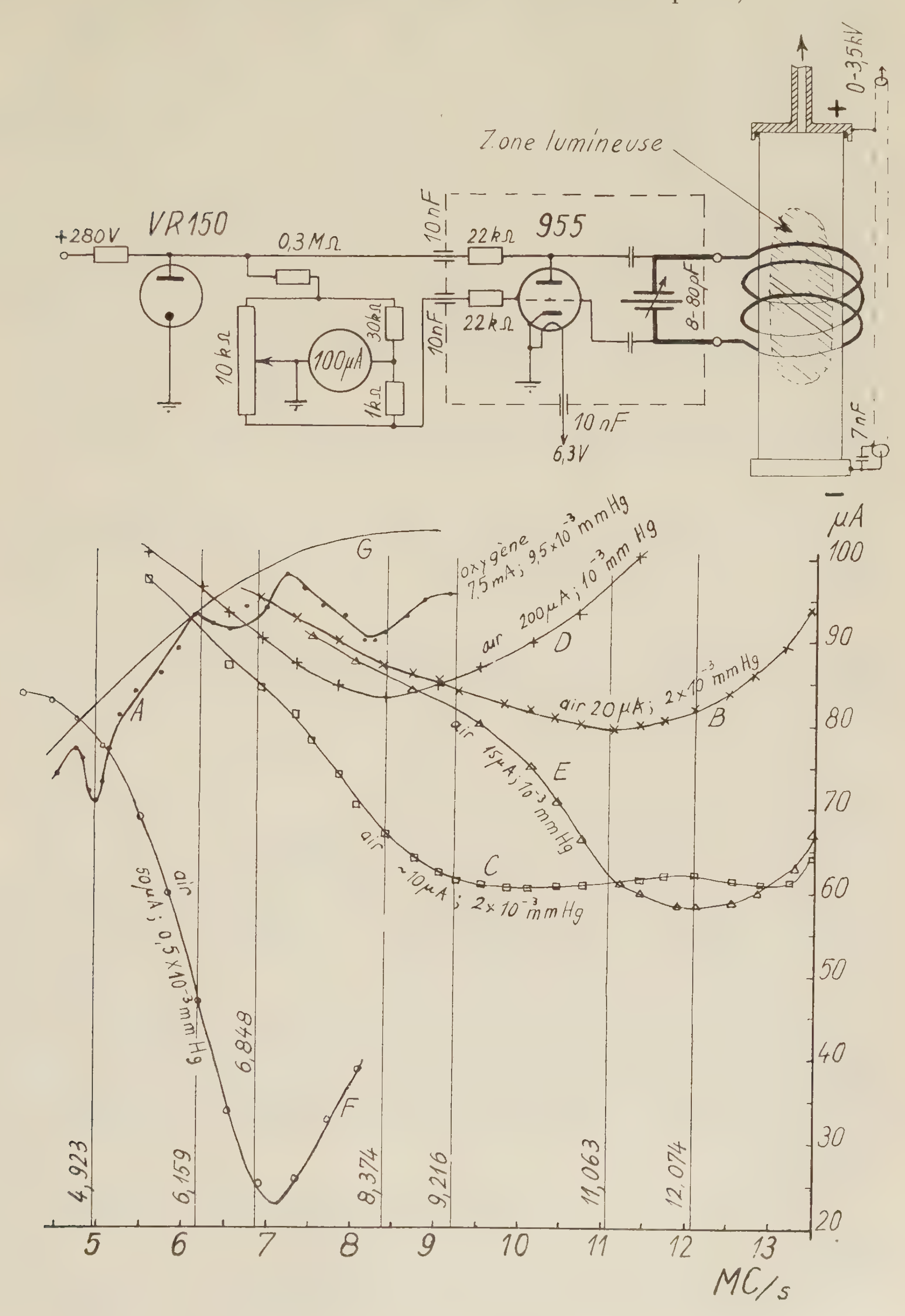
([3]) *Proc. Inst. Rad. Eng.*, 40, 1952, p. 1487.

DÉCHARGE DANS LES GAZ. — *Les fréquences propres des ions négatifs moléculaires d'oxygène, comprises entre* 3 *et* 13 MHz, *observées dans des tubes à air ionisé.* Note (*) de MM. **THÉODORE V. IONESCU** et **OCTAVE C. GHEORGHIU**, transmise par M. Eugène Darmois.

On a montré plusieurs fois que les ions négatifs moléculaires d'oxygène possèdent des fréquences propres d'absorption ([1]). Jusqu'à présent on n'avait mesuré, dans des tubes à décharge en courant continu, à des pressions comprises entre 0,1 et 0,5 mm Hg, que les fréquences de la bande de 30-100 MHz.

On a présenté de même les formules permettant de calculer ces fréquences. Mais ces formules, qui ont été vérifiées expérimentalement dans le domaine mentionné, permettent aussi de calculer les fréquences d'absorption dans

la bande de 2-15 MHz. Puisque ces fréquences coïncident, bien souvent, avec les fréquences critiques observées dans l'ionosphère, nous avons



pensé que leur mise en évidence au laboratoire doit présenter un intérêt assez appréciable. La plupart des déterminations ont été faites dans l'air ionisé mais, dans certains cas, on a introduit, dans le tube à décharge, de l'oxygène. Les pressions pendant les mesures étaient comprises entre 10^{-2} et 10^{-5} mm Hg.

La décharge était effectuée dans un tube en verre, ayant 25 cm de diamètre et 100 cm de longueur. Le tube était fermé, aux deux bouts, par des disques d'aluminium, collés à la picéine. Ces disques formaient les électrodes mêmes entre lesquelles avait lieu la décharge. La tension appliquée au tube pouvait être variée entre 0 et 3,5 kV. Le tube à décharge était rendu bien sec au moyen de P_2O_5.

L'observation des absorptions était faite au moyen d'un oscillateur de faible puissance, couplé inductivement au gaz ionisé.

Le circuit oscillant était constitué par une capacité variable symétrique et par une bobine où était introduit le tube à décharge. Le domaine des fréquences était déterminé par la grandeur de la bobine employée. Le diamètre des bobines était de 32 cm et les spires — en tube de cuivre de 6 mm — était au nombre de 4, 6, 7 et 9. Un microampèremètre de 100 μA fournissait des indications proportionnelles au courant de grille. Dans l'absence de la décharge, l'allure de la variation du courant de grille correspondait à la courbe G, obtenue avec six spires dans l'oscillateur.

La figure présente quelques-uns des résultats des mesures. Ce sont les valeurs proportionnelles du courant de grille, indiquées en ordonnée par le microampèremètre, en fonction de la fréquence, dans les diverses conditions de la décharge.

Les courbes obtenues dans l'air à des pressions de l'ordre de 10^{-3} mm Hg correspondent à une seule fréquence d'absorption (courbes B, D, E et F), appartenant aux ions négatifs aux nombres quantiques de rotation $K = 11$ et 10 de la molécule d'oxygène qui a attaché l'électron.

La courbe C représente l'effet des fréquences d'absorption comprises entre 8 et 14 MHz. Si, sur une même courbe, on enregistre l'effet produit par deux fréquences d'absorption voisines ayant approximativement la même intensité, la courbe n'accuse d'ordinaire qu'un seul maximum, situé entre les deux fréquences d'absorption calculées. En réalité, en variant convenablement la pression ou le courant, les deux maxima peuvent être séparés, leurs positions sur l'échelle des fréquences ne s'éloignant pas des positions calculées, ou bien ils peuvent être réduits à une seule des deux fréquences.

Les fréquences d'absorption supérieures à 5 MHz donnent naissance à des absorptions bien fortes si les pressions sont inférieures à 10^{-3} mm Hg (courbe F).

Les fréquences comprises entre 5 et 8 MHz ont aussi été obtenues dans

l'oxygène, même à des pressions de l'ordre de 10^{-2} mm (courbe A) et avec des courants qui pouvaient dépasser 20 mA. Les fréquences calculées 2,97 MHz; 3,39 MHz et 4,37 MHz ont été identifiées dans les conditions indiquées ci-dessus (A), mais les absorptions étaient bien faibles.

On a remarqué, à des pressions inférieures à 10^{-3} mm Hg, la formation dans le tube d'une colonne lumineuse de 50-60 cm de longueur et de 20 cm de diamètre.

L'intensité lumineuse est répartie d'une manière homogène à l'intérieur de cette zone. A des pressions inférieures à $0,5.10^{-3}$ mm Hg, la zone lumineuse continue à être entretenue par l'oscillateur, même après la suppression de la tension appliquée au tube à décharge. Les fréquences d'absorption peuvent être mises en évidence même dans ce cas. A chaque résonance on observe une variation de l'intensité lumineuse. Dans quelques courbes, on a pu observer aussi un couplage bien fort entre l'oscillateur et le gaz ionisé.

La puissance de l'oscillateur utilisé dans ces expériences n'était que d'environ 0,1 W.

(*) Séance du 12 août 1957.

(1) TH. V. IONESCU, *Acad. République Populaire Roumaine*, *Rev. Phys.*, 1, 1956, p. 19-62.

SPECTROSCOPIE. — *Champ en retour et déplacement de la fréquence de vibration d'une molécule polaire dans un milieu polaire*. Note (*) de MM. **Louis Galatry** et **Friedrich G. Schuller**, présentée par M. Eugène Darmois.

Élargissement d'un calcul précédent au cas des solvants polaires. Application à l'oscillateur ClH.

On a, dans une précédente Note (1), présenté un calcul du déplacement relatif de la fréquence de vibration d'une molécule diatomique polaire plongée dans un solvant non polaire. Ce calcul était basé sur l'idée classique de Kirkwood, Bauer et Magat (2), mais faisait intervenir la structure discontinue du solvant. Nous en proposons ici une généralisation dans le cas où les molécules du solvant possèdent un moment dipolaire permanent q.

A. *Calcul du déplacement relatif*. — Considérons une molécule optiquement active, de fréquence de vibration ν_0, de moment dipolaire p, entourée par N molécules de solvant, de moment dipolaire q et de polarisabilité sphérique. Les champs $\vec{E}$ et $\vec{F}_i$ à l'endroit de la molécule active et de la $i^{\text{ième}}$ molécule perturbatrice, projetés sur les axes $\vec{e}$ et $\vec{e}_i$ portés par ces molécules, s'écrivent

$$\vec{E}.\vec{e} = A(\tau)p + B(\tau, \omega)q, \tag{1 a}$$

$$\vec{F}_i.\vec{e}_i = C_i(\tau, \omega_i)p + D_i(\tau, \omega)q. \tag{1 b}$$

Un raisonnement, analogue à celui de Bauer et Magat, mais effectué pour une configuration $(\tau\omega)$ fixée, nous donne, pour cette configuration, un déplacement relatif

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right)_{\tau\omega} = -\frac{e'}{8\pi^2\nu_0^2 m}[\gamma(\mathrm{A}p+\mathrm{B}q)+e'\mathrm{A}]. \tag{2}$$

[Les notations sont les mêmes que dans ([2]).] Le déplacement relatif moyen $\Delta\nu/\nu_0$ s'obtient en prenant la moyenne de Boltzmann du second membre de (2) : $\mathrm{A}\to\overline{\mathrm{A}}$, $\mathrm{B}\to\overline{\mathrm{B}}$.

C'est cette quantité que nous comparerons aux données expérimentales. On voit que la polarité du solvant agit sur la fréquence du soluté par l'intermédiaire de la constante d'anharmonicité γ, c'est-à-dire de l'élongation moyenne de l'oscillateur.

B. *Calcul des moyennes.* — Les quantités $\overline{\mathrm{A}}$ et $\overline{\mathrm{B}}$ seront développées en une série de Taylor jusqu'au deuxième ordre en p et q.

On obtient

$$\begin{matrix}\overline{\mathrm{A}}\\ \overline{\mathrm{B}}\end{matrix} = \begin{matrix}\langle \mathrm{A}\rangle\\ \langle\ldots\rangle\end{matrix} + \frac{p^2}{k\mathrm{T}}\cdot\begin{matrix}(\langle\mathrm{A}^2\rangle-\langle\mathrm{A}\rangle^2)\\ (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)\end{matrix} + \frac{q^2}{k\mathrm{T}}\cdot\begin{matrix}(\ldots)\\ (\ldots)\end{matrix} + \frac{pq}{k\mathrm{T}}\cdot\begin{matrix}[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]\\ [(\langle\mathrm{B}^2\rangle-\langle\mathrm{B}\rangle^2)+(\langle\mathrm{BC}\rangle-\langle\mathrm{B}\rangle\langle\mathrm{C}\rangle)]\end{matrix}, \tag{3}$$

où

$$\mathrm{C}=\sum_{i=1}^{\mathrm{N}}\mathrm{C}_i.$$

Les crochets signifient la moyenne de Boltzmann pour $p=q=0$ des termes qu'ils contiennent. Les termes qui s'annuleront par la suite du calcul n'ont pas été explicités dans (3). Pour le calcul des termes de cette formule on fera les mêmes hypothèses que dans ([1]). Le calcul de $\langle\mathrm{A}\rangle$ et de $\langle\mathrm{A}^2\rangle$ devient alors analogue à celui qui y est exposé car, d'après (1 a), A représente $\vec{\mathrm{E}}.\vec{e}$ pour $q=0$. On tiendra compte du fait que les dipôles permanents ne participent pas à la polarisation due à la molécule active, en posant d'après ([2]) : $\varepsilon=n^2$. Pour que le calcul des termes en B et C soit accessible, on doit de plus négliger l'action polarisatrice d'une molécule *perturbatrice* sur les autres molécules. Ceci permet d'écrire $\mathrm{B}=\sum_{i=1}^{\mathrm{N}}\vec{e}(-\mathrm{T}_{0i})\vec{e}_i$. On conservera, par contre, l'action polarisatrice de la molécule *active* sur son entourage en introduisant dans le calcul de C, pour le champ $\vec{\mathrm{F}}_i$ dû à p, le champ de Lorentz $\vec{\mathrm{L}}_i=\vec{\mathrm{E}}_i+(4\pi/3)\vec{\mathrm{P}}_i$; d'où finalement

$$\langle\mathrm{B}\rangle=0;\qquad \langle\mathrm{B}^2\rangle=\frac{\mathrm{N}}{4\pi\mathrm{V}}\int\left(\vec{e}(-\mathrm{T}_{01})\vec{e}_1\right)^2 d\tau_1\,d\omega_1;$$

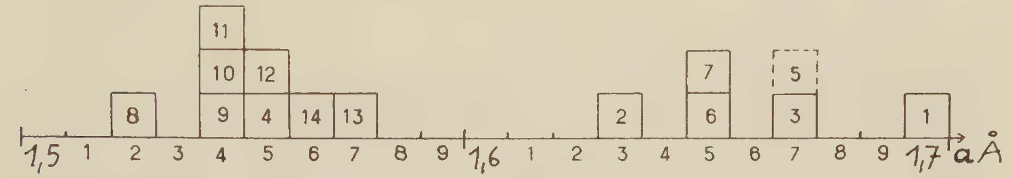
$$\langle\mathrm{BC}\rangle=\frac{\mathrm{N}}{4\pi\mathrm{V}}\int\vec{e}(-\mathrm{T}_{01})\vec{e}_1.\vec{e}_1\frac{\vec{\mathrm{L}}(1)}{n}\,d\tau_1\,d\omega_1.$$

On obtient ainsi, en posant

$$\lambda=\frac{2}{a^3}\,\frac{n^2-1}{2n^2+1};\qquad \delta=\frac{3}{5\pi}\,\frac{1}{a^9}\,\frac{1}{d}\left(\frac{n^2-1}{2n^2+1}\right)^2\frac{1}{kT};\qquad \eta=\frac{4\pi}{3}\,\frac{1}{a^3}\,d\,\frac{n^2+1}{2n^2+1}\,\frac{1}{kT},$$

(4) $$\frac{\Delta\nu}{\nu_0}=-\frac{e'}{8\pi^2\nu_0^2 m}\left[(e'+\gamma p)(\lambda+\delta p^2)+\gamma\eta p q^2\right]$$ [3],

d est le nombre de molécules par unité de volume.



1, tétrachlorure de carbone; 2, chloroforme; 3, 1.1.2.2-tétrachloroéthane; 4, 1.2-dichloroéthane; 5, 1.1.2.2-tétrabromoéthane; 6, monobromobenzène; 7, monochlorobenzène; 8, benzène; 9, toluène; 10, 11, 12, *o-*, *m-*, *p*-xylène; 13, pseudocumène; 14, mésitylène.

C. *Application numérique.* — La formule (4) a été appliquée au cas de ClH dissous, d'après les données de Mlle Josien et coll. [4]. Ces $\Delta\nu/\nu$ expérimentaux ont été utilisés pour calculer la grandeur a (dans notre modèle c'est le rayon de la sphère rigide qui idéalise la molécule active). Les valeurs de a, portées sur la figure 1, se répartissent en deux blocs distincts. Celui de droite se localise autour d'une valeur proche du rayon de Lennard-Jones de ClH (1,65 Å). Ceci suggère que le modèle électrostatique développé ici pourrait s'appliquer à ce premier groupe de solvants, le groupe de gauche faisant intervenir des effets supplémentaires qui, comme le signale Mlle Josien [4], pourraient être la formation d'associations moléculaires entre le soluté et le solvant.

(*) Séance du 22 juillet 1957.

(1) L. Galatry et F. G. Schuller, *Comptes rendus*, **244**, 1957, p 1749.

(2) E. Bauer et M. Magat, *J. Phys. Rad.*, 9, 1938, p. 319.

(3) La forme de cette relation pour les milieux non polaires ($q=0$) doit remplacer la formule (5) de (1) qui avait été donnée par erreur.

(4) M. L. Josien et G. Sourisseau, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 1955, p. 178.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *L'ordre en fonction des données initiales en cinétique des systèmes hétérogènes. Cas de la décomposition thermique du bromure cuivrique.* Note (*) de MM. **Pierre Barret** et **René Perret**, transmise par M. Eugène Darmois.

On montre avec l'exemple du bromure cuivrique que dans le cas de réactions de décomposition thermique solide (1) → solide (2) + gaz, l'ordre vrai de M. Letort joue un rôle aussi intéressant qu'en cinétique homogène pour l'interprétation du mécanisme, à condition que les différentes masses initiales du corps étudié présentent la même surface extérieure.

L'étude cinétique de la décomposition thermique de certains halogénures métalliques comme le bromure cuivrique, préconisée par l'un de nous [1] pour approfondir les processus qui interviennent dans le mécanisme des réactions solide-gaz, apporte quelques résultats nouveaux qui paraissent pouvoir s'interpréter correctement par la considération de l'ordre en fonction des vitesses initiales, notion fondamentale établie par M. Letort à propos de la décomposition thermique de l'acétaldéhyde en phase gazeuse [2].

Le choix du bromure cuivrique n'est pas quelconque. Une étude thermodynamique préalable [3] a montré que ce corps, qu'on obtient facilement très pur, se dissocie notablement en bromure cuivreux et brome gazeux à une température inférieure à 200° C, le système chimique ainsi constitué se comportant comme un système binaire univariant. La réaction inverse présente le caractère très intéressant de permettre la régénération complète et rapide du bromure cuivrique à partir du bromure cuivreux desséché et du brome gazeux totalement anhydre.

Cette propriété est précisément mise à profit dans nos expériences pour régénérer, après une décomposition totale, la masse initiale *in situ* ou par une recombinaison partielle, une masse inférieure à la masse de départ.

Les expériences sont faites dans un vide inférieur à 10^{-4} mm Hg. L'échantillon de bromure cuivrique en poudre est placé dans la nacelle d'une balance à hélice de quartz. Cette balance dotée d'un dispositif de projection et d'enregistrement optiques, le four et son système de régulation maintenant la température constante à moins de 0,05° C près ont été réalisés et décrits par l'un de nous dans des publications antérieures [4], [5].

Une première série d'expériences effectuées à 140° C porte sur une masse de départ de 80 mg de bromure cuivrique. La nacelle est hémisphérique (diamètre 12 mm). L'échantillon en poudre y est étalé sans tassement. Les recombinaisons sont réalisées par injection de brome gazeux anhydre dans la balance même de sorte que l'échantillon ne subit aucune manipulation.

Les résultats obtenus sont les suivants :

1° La réaction admet un ordre en fonction du temps; celui-ci est déterminé par la méthode logarithmique en portant sur un graphique le logarithme des pentes des tangentes à la courbe de décomposition en fonction du logarithme du taux de décomposition : $\log V = n \log C/C_0$. Les points représentatifs se placent remarquablement sur une droite. Pour la première décomposition : $n = 0{,}70$; $V_0 = 3{,}17$ mg/mm.

2° Si l'on procède à plusieurs décompositions du même échantillon dans les mêmes conditions, chaque fois, après recombinaison totale *in situ* comme il a été indiqué, on constate : *a.* une nette augmentation de la vitesse de la seconde décomposition par rapport à la première et une

légère baisse de la valeur de l'ordre; *b*. une augmentation de la vitesse des décompositions successives par rapport à la précédente, mais moins importante qu'entre la première et la seconde et une stabilisation de l'ordre vers la valeur 2/3.

C'est ce qu'indiquent les résultats suivants :

Expériences...	1.	2.	4.	6.	9.
V_0 (en mg/mn).........	3,17	3,76	4	4,31	4,47
n.....................	0,70	0,65	0,63	0,64	0,63

3° Si l'on procède à une recombinaison partielle : *a*. la décomposition qui suit admet encore un ordre en fonction du temps, mais sa valeur est nettement plus faible; *b*. la vitesse initiale est approximativement égale à celle d'une décomposition totale voisine quel que soit le taux de recombinaison et aux erreurs d'expériences près. Le tableau suivant illustre ces résultats.

Expériences...	B_4.	B_3.	B_5.	B_7.	F_3.	F_4.	F[illegible].	F_7.
C_0 (mg de $CuBr_2$)................	80	80	80	80	120	120	120	120
Taux de recombinaison (%).......	100	50	30	70	100	50	70	20
V_0 (en mg/mn)....................	4	4,13	4,06	4,08	5,30	5,09	5,12	5,06
n..................................	0,63	0,39	0,31	0,42	1	0,63	0,74	0,61

En conclusion, le procédé des recombinaisons successives entières ou partielles décrit dans cette Note permet de montrer :

1° que l'ordre en fonction du temps est très variable et dépend des conditions expérimentales;

2° que pour un ensemble d'expériences portant sur des masses initiales très différentes, à condition que celles-ci soient obtenues par recombinaisons partielles d'une même masse de départ dont la surface extérieure reste inchangée, il existe un ordre en fonction des données initiales. En effet, la pente de la droite $\log V_0 = n_0 \log C_0$ est nulle. Cet ordre vrai est donc $n_0 = 0$ et cela signifie qu'à surface extérieure constante, la vitesse initiale de la réaction est indépendante de la masse initiale, c'est-à-dire que le mécanisme primaire est conditionné par un phénomène de surface.

L'ordre en fonction du temps variable de 1/3 à 1 d'après la forme du tas, la masse engagée et les conditions expérimentales, paraît indiquer l'influence des produits finaux : Br_2 et Cu Br sur le cours de la réaction.

(*) Séance du 12 août 1957.

(1) P. BARRET, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, n° 10, 1955, p. 1146.

(2) M. LETORT, *Thèse*, Paris, 1937.

(3) P. BARRET et N. GUENEBAUT-THÉVENOT, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 1957, p. 409.

(4) P. BARRET, *Bull. Soc. Chim. Fr.* (à paraître).

(5) P. BARRET, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 1957, p. 483.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Addition du trichlorosilane et du triphénylsilane aux cétones aliphatiques saturées.* Note de MM. **Raymond Calas** et **Norbert Duffaut**, transmise par M. Marcel Delépine.

Le trichlorosilane se fixe sur les cétones aliphatiques saturées par irradiation aux ultraviolets. Ces composés ont pour formule générale $\begin{matrix} R \\ R \end{matrix}\!\!>C<\!\!\begin{matrix} H \\ O-SiCl_3 \end{matrix}$, la structure étant établie par une autre voie. Dans les mêmes conditions opératoires, l'addition du triphénylsilane sur l'acétone s'effectue d'une manière analogue.

On sait que le chloroforme se fixe sur l'acétone en présence de potasse ([1]) en donnant $\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix}\!\!>C<\!\!\begin{matrix} OH \\ CCl_3 \end{matrix}$, mais à notre connaissance aucune addition photochimique n'a été réalisée sur l'acétone. Or la fixation photochimique du trichlorosilane est très facile, la structure du produit obtenu étant alors $\begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix}\!\!>C<\!\!\begin{matrix} H \\ O-SiCl_3 \end{matrix}$, ainsi que nous allons le montrer.

L'irradiation au moyen d'une lampe à vapeur de mercure d'un mélange équimoléculaire d'acétone anhydre et de trichlorosilane conduit en 5 h à l'obtention, avec un rendement presque quantitatif, d'un dérivé silicié (I) $É_{760}$ 116°, n_D^{20} 1,4045, d_4^{20} 1,2015; $C_3H_7OCl_3Si$, calculé %, Cl 55,0; Si 14,5; trouvé %, Cl 54,2; Si, 14,7; calculé R. M., 39,2; trouvé R. M., 39,4.

En faisant réagir sur (I) le bromure de phénylmagnésium en excès (8 mol pour 1 mol), nous obtenons avec un rendement supérieur à 85 % un dérivé cristallisé (dans l'éther de pétrole) (II) F 88°, $C_{21}H_{22}OSi$; Si, calculé %, 8,8; trouvé %, 8,9.

D'autre part, en faisant réagir dans l'éther anhydre l'alcool isopropylique anhydre sur un mélange équimoléculaire de triphénylchlorosilane et de pyridine anhydre, nous obtenons le même dérivé cristallisé (II) F 88°, $C_{21}H_{22}OSi$; Si, calculé %, 8,8; trouvé %, 8,9.

Nous avons pu réaliser par ailleurs la fixation photochimique du triphénylsilane sur l'acétone. Le produit obtenu est identique à (II). Les réactions s'effectuent donc suivant le schéma mentionné dans le tableau ci-contre :

Dans les mêmes conditions opératoires, le trichlorosilane se fixe sur la pentanone-3 comme sur l'acétone, en donnant $\begin{matrix} C_2H_5 \\ C_2H_5 \end{matrix}\!\!>C<\!\!\begin{matrix} H \\ O-SiCl_3 \end{matrix}$ (III), $É_{760}$ 159°; n_D^{20} 1,4210; d_4^{20} 1,1637; $C_5H_{11}OCl_3Si$, calculé %, Cl 48,1; Si 12,6; trouvé %, Cl 47,5; Si 12,8; calculé R. M., 48,5; trouvé R. M., 48,3. En effet, l'hydrolyse alcaline permet de caractériser le pentanol-3 (phényluréthanne F 48°).

Avec un excès de bromure d'éthylmagnésium nous obtenons l'alcoxysilane correspondant $(C_2H_5)_2C(H)—O—Si(C_2H_5)_3$ (IV), $É_{760}$ 198°; n_D^{20} 1,4288; n_4^{20} 0,8250; $C_{11}H_{26}OSi$; Si, calculé %, 13,9; trouvé %, 14,0.

$$(CH_3)_2C{=}O + H—SiCl_3 \xrightarrow{\text{U. V.}} (CH_3)_2C(H)—O—SiCl_3 \quad (I)$$

$$(I) \xrightarrow{C_6H_5MgBr} (CH_3)_2C(H)—O—Si(C_6H_5)_3 \quad (II)$$

$$(CH_3)_2C(H)OH + Cl—Si(C_6H_5)_3 \xrightarrow{\text{pyridine}} (CH_3)_2C(H)—O—Si(C_6H_5)_3 \quad (II)$$

$$(CH_3)_2C{=}O + H—Si(C_6H_5)_3 \xrightarrow{\text{U. V.}} (II)$$

L'hydrolyse des alcoxysilanes (II) et (IV) est difficile, vraisemblablement par effet stérique. Ainsi, avec une solution à 10 % d'acide chlorhydrique à ébullition pendant 8 h, nous n'hydrolysons pratiquement pas (II) et à peine 40 % de (IV).

Le produit d'hydrolyse de (IV) est l'hexaéthyldisilylmonoxane; c'est une nouvelle confirmation de la structure proposée pour (I).

La fixation photochimique du trichlorosilane n'a pu être réalisée avec l'acétophénone ni avec la benzophénone.

(1) M. Guédras, *Comptes rendus*, 133, 1901, p. 1011.

PALÉONTOLOGIE. — *La limite supérieure des gisements d'œufs de Dinosauriens dans le bassin d'Aix-en-Provence.* Note de MM. **Raymond Dughi** et **François Sirugue**, présentée par M. Roger Heim.

Nous avons signalé (1) la présence dans la série fluvio-lacustre du bassin d'Aix, en de multiples et abondantes stations, d'au moins cinq sortes d'œufs de Dinosaures, que nous avons relevées en partie dans le Bégudien, mais surtout dans le Rognacien et dans le Vitrollien, tels qu'ils figurent dans la feuille 235 de la Carte géologique de la France. C'est dire qu'en première approximation nous avons admis que le sommet des calcaires de Rognac les plus élevés fixe la limite supérieure du Rognacien ou Danien en même temps que celle du Crétacé (2), et que le Vitrollien, assimilé au

Montien par la carte, réunit toutes les couches comprises entre le calcaire de Rognac et la base du Thanétien, à savoir : les argiles inférieures avec conglomérats, grès et calcaires intercalés, le calcaire bréchiforme et marmoréen de Vitrolles et de la Galante ou marbre de Vitrolles, et les argiles supérieures, dans lesquelles le banc des Pinchinades, près des Pennes, avait fourni à Vasseur *Physa montensis* et *Palœostrophia matheroni* [3].

Malgré sa commodité, cette double limite supérieure n'a pas reçu l'assentiment unanime des géologues, soit qu'ils aient étendu le Rognacien vers le haut, soit qu'ils aient contesté l'attribution du Montien à la base de l'Éocène. Vasseur (*loc. cit.*), en particulier, regardait le Montien comme le dernier terme du Secondaire et faisait deux parts du Vitrollien : 1° Les argiles inférieures les moins élevées, que couronne un banc calcaire contenant des *Bauxia* et des Unios, et qu'il n'y a aucune raison de ne pas rattacher au Rognacien; 2° Le reste du Vitrollien (partie supérieure des argiles inférieures, marbre de Vitrolles, argiles supérieures) dont la position stratigraphique est démontrée par la présence, dans le banc des Pinchinades, de fossiles d'eau douce montiens.

Or, les œufs de Dinosaures et les débris de leurs coquilles, auxquels on ne peut refuser un « cachet secondaire », sont largement répandus dans les argiles rognaciennes et dans les argiles vitrolliennes, si longtemps réputées stériles. Aussi, aidés de MM. Galito et Laurent, les avons-nous systématiquement recherchés dans les auréoles que ces terrains et les récurrences argileuses de l'Éocène inférieur dessinent dans le bassin d'Aix, notamment à la base du Montaiguet, dans les environs de la Galante et du Canet, et sur les versants de la Montagne du Cengle.

Il ressort de nos observations que ces fossiles n'atteignent pas le sommet des argiles vitrolliennes inférieures et qu'ils s'arrêtent à quelque distance au-dessous des poudingues de la Galante, qu'on peut suivre vers le quart inférieur du Cengle, et qui sont surmontés, sauf en certaines parties des versants de ce dernier, par le marbre de Vitrolles. En certains points, comme à la Galante et au Canet, leur limite supérieure est exactement définie par l'intercalation, dans ces argiles, d'un banc calcaire crayeux sans macrofossiles sous lequel ils cessent brusquement.

Ce résultat confirme d'une manière éclatante l'opinion émise par Vasseur il y a plus d'un demi-siècle : on doit rattacher au Rognacien ou Danien la plus grande partie des argiles vitrolliennes inférieures, où vivaient encore des Dinosaures et des Gastéropodes du Crétacé supérieur, et peut-être même, ajouterons-nous, faut-il y rattacher la totalité de ces argiles, parce que rien ne permet de penser que l'extinction des Dinosaures ait été rigoureusement synchrone du dépôt des derniers sédiments du Danien marin, et qu'au surplus les poudingues de la Galante et le marbre de Vitrolles répondent certainement à un important épisode de la série fluvio-

lacustre de Basse-Provence ([4]). La limite supérieure du Rognacien et, si le Montien est inclus dans l'Éocène, celle aussi du Crétacé passeraient donc sous ce poudingue et ce marbre, c'est-à-dire sous deux formations de la base du Montien équivalentes au calcaire de Rognac par leur importance topographique.

Les vues ci-dessus, auxquelles on pourrait objecter que la disparition des Dinosaures à la fin du Crétacé n'est nullement un dogme, trouvent une corroboration remarquable dans l'étude des terrains riches en œufs fossiles de Roques-Hautes, situés au pied de la Montagne Sainte-Victoire, et qui comprennent du Sud au Nord, au-dessus du calcaire de Rognac affleurant à la faveur d'une cassure anticlinale : des argiles graveleuses rosâtres ou versicolores, des brèches dures, des marnes rosâtres dures, des argiles rutilantes avec intercalations de grès passant vers l'Ouest (Les Grands Creux) à des alternances d'argiles rutilantes et de brèches, des marnes blanchâtres enfin, surmontées par un calcaire gris à Mélanies, Paludines et Unios que la carte désigne comme sparnacien-yprésien.

Ces terrains que nous considérons comme rognaciens supérieurs et homologues des argiles vitrolliennes inférieures et du banc calcaire de la Galante (dans les deux formations on recueille des œufs ellipsoïdaux de 15 × 9 cm à coquille blanchâtre mince), contiennent, en effet, non seulement des œufs de Dinosaures et des fragments de coquilles dans leurs faciès argileux et gréseux, mais aussi deux espèces probablement nouvelles du genre tachytélique *Lychnus*, des Cyclophores et des Cyclostomes dans les marnes dures rosâtres sus-jacentes aux brèches dures, et de petits cyclophores très nombreux dans les argiles rutilantes ([5]).

([1]) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 707.

([2]) Cette limite a été proposée par Collot dès 1891.

([3]) *Comptes rendus*, 127, 1898, p. 890.

([4]) Ainsi compris, le Rognacien pourra être subdivisé. De la base au sommet, on note d'abord la dominance des œufs de Dinosaures subsphériques à coquille épaisse et brune, puis celle des œufs ellipsoïdaux à coquille mince et blanchâtre. L'ancien Rognacien supérieur ou calcaire de Rognac n'est qu'un faciès dont la faune se retrouve dans les calcaires du Rognacien inférieur.

([5]) Matheron regardait ces terrains comme crétacés; Collot homologuait le calcaire qui les domine, soit au marbre de Vitrolles, soit au calcaire thanétien; Vasseur (*loc. cit.*, en note) inclinait vers l'opinion de Matheron. Pour l'origine des brèches du Tholonet, *voir* G. Denizot, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 60 et G. Corroy, *C. R. somm. Soc. géol. Fr.*, 1946, p. 128.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *L'implantation de corps allates imaginaux hâterait la chrysalidation chez les vers à soie décapités, alors qu'elle la diffère chez les vers entiers.* Note de M. **Jacques Lahargue**, transmise par M. Maurice Caullery.

Pour préciser le rôle du C.A. (corps allate) imaginal encore partiellement obscur, malgré les travaux de Pflugfelder (1940) et de Wigglesworth (1948), nous avons entrepris depuis 1954 plusieurs types d'expériences; les résultats de deux d'entre eux seront rapportés ici.

a. Implantation de C. A. sur des chenilles d'ages variés (300 sujets environ).

Les greffons étaient prélevés sur des papillons vierges, ou ayant été accouplés (les ♀ ayant ou non pondu) immédiatement ou plusieurs jours après la mue imaginale. Les vers receveurs avaient passé, suivant les cas, la 2e, la 3e ou la 4e mue; le greffon était mis, dans le 5e segment abdominal, à la place de l'une des gonades, dont l'extirpation permettait de connaître sûrement le sexe de la chenille, donc de réaliser des associations receveur + greffon de même sexe ou de sexe différent. Les chenilles du 3e et du 4e âge recevaient une paire de C. A.; les chenilles du 5e âge, deux paires de C. A. de même catégorie.

Résultats. — Dans 75 % des cas, *les chenilles greffées après la IVe mue* ne se chrysalident pas; elles meurent au moment du filage, ou bien la vie larvaire est prolongée bien au-delà de sa durée normale (20 à 22 jours après l'opération dans certains cas). Dans 14 % des cas, les opérés deviennent nymphes, puis imagos; mortalité dans les quatre jours, dite opératoire : 11 %.

Dans 61 % des cas, les *chenilles greffées après la IIIe mue* présentent un développement anormal, soit que les chenilles ne franchissent pas la IVe mue, le quatrième stade pouvant être alors anormalement long (15 jours), soit qu'elles franchissent cette mue sans parvenir au filage en dépassant, parfois largement, le délai habituel. Dans 12 % des cas, les opérés deviennent nymphes puis imagos.

Dans 45 % des cas, *les chenilles greffées après la IIe mue* meurent à l'état larvaire : 21 % avant, 24 % après la IIIe mue. Dans 10 % des cas, les opérés deviennent nymphes puis imagos.

La mortalité opératoire augmente évidemment avec les difficultés techniques dues à la petite taille des jeunes stades qui doivent recevoir des greffons relativement très gros, mais les pourcentages de suppression de la métamorphose chez les opérés ayant survécu plus de quatre jours, restent subconstants et élevés : respectivement : 87, 83, 82 %. Ainsi, d'après cette première catégorie d'expériences, les *Corpora allata* d'imagos

implantés à des chenilles, empêchent la nymphose, en moyenne dans les trois quarts des cas.

b. IMPLANTATION DE C. A. D'IMAGO DANS DES LARVES PRIVÉES, PAR LIGATURE ENTRE TÊTE ET THORAX, DE LEUR COMPLEXE ENDOCRINIEN CÉPHALIQUE.

L'exposé sera limité, ici, aux implantations réalisées sur 60 chenilles du dernier âge, en période d'alimentation facultative, Ces chenilles ont reçu, chacune deux paires de C. A. provenant de papillons ♂ et ♀, vierges ou non, âgés au plus de 48 h. D'autres, dites « témoins-chirurgicaux », reçurent, soit un fragment de muscle, soit des ganglions nerveux, d'autres enfin, furent simplement ligatures.

Nous rappelons que les ligatures faites en période d'alimentation facultative permettent la chrysalidation dans une proportion variable suivant l'âge de la chenille (50 % dans l'ensemble); l'autre moitié comprend, soit des cas négatifs : chenilles mourant après une survie parfois très longue, sans signe de nymphose, soit des cas de nymphose partielle ou simplement amorcée.

Résultats. — 1° Dans 90 % des cas, les opérés ont donné des chrysalides d'aspect subnormal, tête en moins. Les insuccès sont attribuables au choc opératoire, ou à un coup de chaleur. Ce pourcentage dépasse donc et de beaucoup, celui des chrysalidations après simple ligature. Bien plus, *dans trois séries* (n°s 4, 7, 10) *seuls les porteurs de greffon se sont nymphosés*, les « témoins chirurgicaux » et les témoins seulement ligaturés étant morts à l'état de chenille, après une survie plus ou moins importante.

2° Dans tous les cas où les témoins se sont, eux aussi, nymphosés (*souvent imparfaitement*) la nymphose, chez les porteurs de greffon, a eu lieu 48 à 72 h *avant celle des témoins*. Donc, cette deuxième catégorie d'expériences montre que, dans des chenilles privées de leur complexe céphalique, la présence de corps allates favorise la nymphose.

Comparant ces résultats à ceux de nos devanciers, nous constatons que Joly (1955) a obtenu chez *Locusta migratoria* des résultats analogues à ceux de notre première catégorie d'expériences. Pflugfelder (1940) a réalisé, sur *Dixippus*, la première catégorie d'expériences et des échanges de C. A. analogues à la deuxième; mais ses résultats sont tous opposés aux nôtres, en particulier en l'absence des C. A. autochtones, les C. A. d'imagos juvénilisent les larves receveuses. Wigglesworth (1948), sur *Rhodnius*, a obtenu l'amélioration de certaines métamorphoses expérimentales par l'action du C. A. d'un *dernier stade larvaire*. Avec le C. A. imaginal, cet auteur a réalisé d'une part, notre premier type de greffe, et d'autre part, des parabioses très comparables à notre deuxième catégorie d'expériences. Les résultats sont le contraire des nôtres.

Des expériences en cours permettront peut-être d'expliquer ces divergences.

La séance est levée à 15 h 15 m.

L. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JUILLET 1957.

(*Suite.*)

Ueber Stachelhäuter, von BERNHARD PEYER, in *Prisma*, Heft 5, 1966; 1 fasc. 30 cm.

Rhät und Lias von Hallau (*Kt. Schaffhausen*), von BERNHARD PEYER, in *Bericht der Schweizerischen Paläontologischen Gesellschaft. Eclogæ geologicæ helvetiæ*, vol. 39, n° 2, 1946; 1 feuille 24,5 cm.

Zoologie und Paläozoologie, von BERNHARD PEYER. Zurich, Fretz Ag., 1946; 1 fasc. 23 cm.

Ueber die zoologischen Schriften des Aristoteles, von BERNHARD PEYER, in *Gesnerus*, Jahrgang 3, Heft 2, 1946. Aarau, H. R. Saverländer and C°; 1 fasc. 22,5 cm.

An Early description of Drosophila, by BERNHARD PEYER. Reprinted from *The Journal of Heredity*. Washington, vol. XXXVIII, n° 7, 1947; 1 fasc. 25 cm.

Die Genese von Schmelz Zahnbein und Knochen, von BERNHARD PEYER, in *Archiv der Julius Klaus-Stiftung für vererbungsforschung, Sozialanthropologie und Rassenhygiene*, Band XXIV, 1949. Zurich, Orall Füssli; 1 fasc. 24 cm.

Oskar Kuhn, Professor der Geologie und Paläontologie an der Hochschule in Bamberg, von BERNHARD PEYER. Stuttgart, 1949; 1 feuille 21 cm.

Geschichte der Tierwelt, von BERNHARD PEYER. Zurich, Büchergelde Gutenberg, 1950; 1 vol. 23,5 cm.

Goethes wirbeltheorie des Schädels, von BERNHARD PEYER, in *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich*, Jahrgang 94, Berheft n°s 2-3, 1949; — XVCII, 1952 : *Das Problem der Vererbung von Reizwirkungen*, von BERNHARD PEYER. Zurich; 2 fasc. 23 cm.

Aus *Gesnerus*, 1953, Heft 1-2 : *Ein Briefentwurf von Johannes von Muralt aus dem Jahre* 1696; — 1954, Heft 55-61 : *Nicolaus Steno*, von BERNHARD PEYER. Aarau, Sauerländer and C°; 2 fasc. 22,5 cm.

Sull' accoppiamento nel genus Limax, par BERNADO PEYER. Estratto dal *Bollettino della Società Ticinese di Scienze Naturali*. Anno XLIX-1954; 1 fasc. 24,5 cm.

Jakob Seiler zum siebzigsten Geburstag, von BERNHARD PEYER, in *Mitteilung der Naturforschenden Gesellschaft Schaffhausen*. Band XXVI, 1955-1956. Schaffhausen, Kühn and C°; 1 fasc. 23 cm.

(*A suivre.*)